Formulario Meccanica Classica

Fisica generale 1
a.a. 2021-2022

Gabriele Cembalo
gCembalo.github.io

Dipartimento di fisica
Università degli studi di Torino

Vettori

$$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z) = (v\text{cos}\alpha, v\text{cos}\beta, v\text{cos}\gamma) \quad ; \quad v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Base canonica in R^3 $\quad \hat{i} = (1,0,0) \quad j = (0,1,0) \quad k = (0,0,1) \quad \vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}$

$$\vec{v_1} \times \vec{v_2} = -\vec{v_2} \times \vec{v_1} = \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_{1x} & v_{1y} & v_{1z} \\ v_{2x} & v_{2y} & v_{2z} \end{bmatrix}$$

$$(\vec{v_1} \times \vec{v_2}) \cdot \vec{v_3} = (\vec{v_2} \times \vec{v_3}) \cdot \vec{v_1} = (\vec{v_3} \times \vec{v_1}) \cdot \vec{v_2} = \begin{bmatrix} v_{3x} & v_{3y} & v_{3z} \\ v_{1x} & v_{1y} & v_{1z} \\ v_{2x} & v_{2y} & v_{2z} \end{bmatrix}$$

Sviluppi di taylor con $x \to 0$

$$e^x \sim \sum_{i=0}^{n} \frac{x^i}{i!} \sim 1 + x + \frac{x^2}{2} + ... + o(x^n)$$

$$\text{sin}x \sim \sum_{i=0}^{n} (-1)^i \frac{x^{2i+1}}{(2i+1)!} \sim x - \frac{x^3}{6} + ... + o(x^{2n+2})$$

$$\text{cos}x \sim \sum_{i=0}^{n} (-1)^i \frac{x^{2i}}{(2i)!} \sim 1 - \frac{x^2}{2} + ... + o(x^{2n+1})$$

$$\ln(1+x) \sim \sum_{i=1}^{n} (-1)^{i-1} \frac{x^i}{i} \sim x - \frac{x^2}{2} + ... + o(x^n)$$

$$(1+x)^\alpha \sim \sum_{i=0}^{n} \binom{\alpha}{i} x^i \sim 1 + \alpha x + ... + o(x^n)$$

$$\frac{1}{1+x} \sim \sum_{i=0}^{n} (-1)^i x^i \sim 1 - x + x^2 + ... + o(x^n)$$

$$\text{tan}x \sim x + \frac{x^3}{3} + ... + o(x^n)$$

Sistemi di riferimento

Formule di poisson con un sistema di riferimento intrinseco $(\hat{r}, \hat{\theta})$:

$$\frac{d\hat{r}}{dt} = \frac{d\theta}{dt}\hat{\theta} \quad ; \quad \frac{d\hat{\theta}}{dt} = -\frac{d\theta}{dt}\hat{r}$$

$$\vec{v} = v_r\hat{r} + v_\theta\hat{\theta} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta} \quad ; \quad \vec{a} = \left[\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]\hat{r} + \left[2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt} + r\frac{d^2\theta}{dt^2}\right]\hat{\theta}$$

Dove $\frac{d^2r}{dt^2}$ è il termine dovuto alla variazione della v radiale, $r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$ è il termine centripeto, $2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}$ è un termine misto e $r\frac{d^2\theta}{dt^2}$ è l'accelerazione angolare.

2 dimensioni

Rototraslazioni di sistemi di riferimento: $\begin{cases} x = x_0 + x'\cos\theta - y'\sin\theta \\ y = y_0 + x'\sin\theta + y'\cos\theta \end{cases}$

$$\begin{cases} x' = (x - x_0)\cos\theta + (y - y_0)\sin\theta \\ y' = -(x - x_0)\sin\theta + (y - y_0)\cos\theta \end{cases}$$

Coordinate polari $(\hat{r}, \hat{\theta})$; $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$; $\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \theta = \arccos(\frac{x}{r}) = \arcsin(\frac{y}{r}) \end{cases}$

3 dimensioni

Coordinate cilindriche $(\hat{r}, \hat{\varphi}, \hat{z})$; $\begin{cases} x = r\cos\varphi \\ y = r\sin\varphi \\ z = z \end{cases}$; $\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \varphi = \arccos(\frac{x}{r}) = \arcsin(\frac{y}{r}) \\ z = z \end{cases}$

Coordinate sferiche $(\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{\varphi})$ $\begin{cases} x = r\sin\theta\cos\varphi \\ y = r\sin\theta\sin\varphi \\ z = r\cos\theta \end{cases}$ $\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \theta = \cos^{-1}(\frac{z}{r}) \\ \varphi = \cos^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\right) \end{cases}$

Cinematica

$$\text{Velocità:}\quad \vec{v} = \frac{dr}{dt} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}\right) \quad \text{Accelerazione:}\quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2}$$

Moto rettilineo uniformemente accelerato

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 \quad v(t) = v_0 + a(t - t_0) \quad v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

Moto parabolico

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0\text{cos}\theta \\ v_{0y} = v_0\text{sin}\theta \end{cases} ; \quad \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} v_x = v_{0x} \\ v_y = v_{0y} - gt \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x(t) = v_{0x}t \\ y(t) = v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

$$\text{Traiettoria}\quad y(x) = x\text{tg}\theta - \frac{g}{2v_0^2\text{cos}^2\theta}x^2$$

$$\text{Gittata}\quad (y = 0) \quad x_G = \frac{2v_0^2\text{sin}\theta\text{cos}\theta}{g} = \frac{v_0^2\text{sin}(2\theta)}{g}$$

$$\text{Quota massima}\quad x_{max} = \frac{x_G}{2} \quad ; \quad y(x_{max}) = y_{max} = \frac{v_0^2\text{sin}^2\theta}{2g}$$

Moto circolare (in coordinate polari)

$$\text{Velocità angolare}\quad \vec{\omega}(t) = \frac{d\theta}{dt} = \frac{v(t)}{r} \quad \longrightarrow \quad v_t = \omega r$$

$$a(t) = r\frac{d\omega}{dt} - \omega^2 r$$

$$\text{dove:}\quad a_t = \frac{dv}{dt} = \alpha r \quad \left(\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{r}\frac{dv}{dt} = \frac{a_t}{r}\right) \quad \text{e} \quad a_n = \frac{v^2}{r} = \omega v = \omega^2 r$$

$$\text{Raggio di curvatura}\quad \rho = \frac{v^2}{|a_n|} = \frac{v^2}{|a \times v|}$$

Velocità areolare

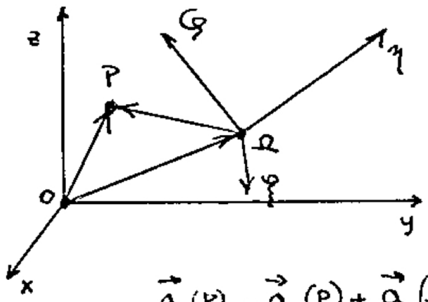
$$\frac{dA}{dt} = \frac{L}{2m}$$

Moto armonico

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x \Longrightarrow x(t) = A\text{sin}(\omega t + \varphi)$$

Le condizioni iniziali le trovi imponendo $x(0)$ e $v(0)$. Per il periodo delle piccole oscillazioni puoi trovare direttamente $T = \frac{2\pi}{\omega}$ oppure definisci $\theta = \theta_{eq} + \varepsilon$ per cui vale $\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d^2\varepsilon}{dt^2}$ cosi puoi trovare il periodo di ε nella condizione di ε piccolo e per cui valga $\text{sin}\varepsilon \sim \varepsilon$, $\text{cos}\varepsilon \sim 1$.

Composizione delle velocità e delle accelerazioni



$$\vec{OP} = \vec{O\Omega} + \vec{\Omega P}$$

$$\vec{v}_O(P) = \vec{v}_\Omega(P) + \vec{v}_O(\Omega) + \vec{\omega} \times \vec{\Omega P}$$

$$= \vec{v}_\Omega(P) + \vec{v}_{\text{trascinamento}}$$

$$\vec{a}_O(P) = \vec{a}_\Omega(P) + \vec{a}_O(\Omega) + \overbrace{2\vec{\omega} \times \vec{v}_\Omega(P)}^{\text{CORIOLIS}} + \xi \frac{d^2\xi}{dt^2} + \eta \frac{d^2\eta}{dt^2} + \varphi \frac{d^2\varphi}{dt^2} =$$

$$= \vec{a}_\Omega(P) + \vec{a}_O(P) + 2\vec{\omega} \times \vec{v}_\Omega(P) + \underbrace{\frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{\Omega P}}_{\text{TANGENZIALE}} + \underbrace{\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{\Omega P})}_{\text{CENTRIPETA}} =$$

$$= \vec{a}_\Omega(P) + \vec{a}_{\text{trascinamento}}$$

Dinamica del punto materiale

$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a}$ dove $\vec{p} = m\vec{v}$; Teorema dell'impulso $I = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \Delta p$

Vale $\vec{F} = \frac{dp}{dt} = m\frac{dv}{dt} + \frac{dm}{dt}$ se la massa è variabile

Forze d'attrito

Vale: $\mu_d < \mu_s$

statico $F_{as,max} = \mu_s N$; dinamico $F_{ad} = \mu_d N$; viscoso $\vec{F}_{av} = -b\vec{v}$

Forza elastica

$F = -k\Delta x$

Energia

Lavoro $dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$; $W_{ab} = \int_a^b \vec{F}(s) d\vec{s}$; $dW = mvdv$ $[J]$

Potenza $P = \frac{dW}{dt} \Longrightarrow dW = Pdt$; $P = \vec{F_t} \cdot \vec{v}$; $P = \frac{dT}{dt}$ $[Watt]$

Energia cinetica $T = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$ $[J]$; Teorema delle forze vive $W = \Delta T = -\Delta U$

Energia potenziale forza peso: $U = mgh$; forza elastica: $U = \frac{1}{2}k\Delta x^2$; $F(x) = -\frac{dU}{dx}$

Energia meccanica $E = T+U$ per forze conservative E=cost, ma vale sempre: $W = \Delta E$

Momento angolare $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ Momento meccanico $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ $|\vec{M}| = rF\sin\theta$

Dinamica sistemi di punti materiali

Vale $\quad \vec{R} = \vec{R}^{(E)} + \vec{R}^{(I)} = \dfrac{d\vec{p}}{dt} \quad$ e anche $\quad \vec{M}^{(E)} + \vec{M}^{(I)} = \dfrac{d\vec{L}}{dt}$

ma vale sempre il 3° principio delle dinamica e quindi: $\quad \vec{R}^{(I)} = \vec{M}^{(I)} = 0$

allora $\quad \vec{R} = \vec{R}^{(E)} = \dfrac{dp}{dt} \quad$ ed $\quad \vec{M} = \vec{M}^{(E)} = \dfrac{dL}{dt} \quad$ (teorema momento angolare)

Dove:

$\vec{R}^{(E)} = \sum \vec{F}_i^{(E)}$ forza risultante delle forze esterne

$\vec{R}^{(I)} = \sum \vec{F}_i^{(I)}$ forza risultante delle forze interne

$\vec{M}^{(E)} = \sum \vec{M}_i^{(E)}$ momento risultante delle forze esterne

$\vec{M}^{(I)} = \sum \vec{M}_i^{(I)}$ momento risultante delle forze interne

$\vec{p} = \sum \vec{p}_i$ quantità di moto totale del sistema

$\vec{L} = \sum \vec{L}_i$ momento angolare risultante del sistema

Vale sempre il teorema $W = W^{(E)} + W^{(I)} = K_{fin} - K_{in}$

Considerando:

$W^{(I)} = \sum W_i^{(I)}$ lavoro totale di tutte le forze interne

$W^{(E)} = \sum W_i^{(E)}$ lavoro totale di tutte le forze esterne

$\vec{K} = \sum K_i = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2$ energia cinetica totale del sistema

Centro di massa

$$r_{cm} = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i} \quad ; \quad r_{cm} = \frac{\int r dm}{\int dm}$$

<u>Densità</u>

$$\text{lineare} \quad \lambda = \frac{dm}{dl} \quad ; \quad \text{superficiale} \quad \sigma = \frac{dm}{ds} \quad ; \quad \text{volumica} \quad \rho = \frac{dm}{dV}$$

I vari elementi di superficie e volume nelle varie coodinate sono:

$$\text{polari} \quad ds = dxdy = rdrd\theta \quad ; \quad \text{cilindriche} \quad ds = rd\varphi dz \quad dV = dxdydz = rdrd\varphi dz$$

$$\text{sferiche} \quad ds = r^2 \text{sin}\theta d\theta d\varphi \quad dV = r^2 \text{sin}\theta drd\theta d\varphi$$

Il centro di massa si muove con velocità v_{cm} , accelerazione a_{cm} e valgono:

$$v_{cm} = \frac{p}{M} \Longrightarrow p = v_{cm}M \quad ; \quad a_{cm} = \frac{1}{M}\frac{dp}{dt} = \frac{R^{(E)}}{M} \Longrightarrow R^{(E)} = a_{cm}M \quad \text{dove} \quad M = \sum m_i$$

Valgono le trasformazioni dei sistemi di riferimento: $\begin{cases} \vec{r_i} = \vec{r_i'} + \vec{r_{cm}} \\ \vec{v_i} = \vec{v_i'} + \vec{v_{cm}} \\ \vec{a_i} = \vec{a_i'} + \vec{a_{cm}} \end{cases}$

e le proprietà: $\begin{cases} \sum m_i r_i = 0 \\ p' = 0 \\ \vec{r'_{cm}} = 0 \quad ; \quad \vec{v'_{cm}} = 0 \quad ; \quad \vec{a'_{cm}} = 0 \\ \vec{M}^E = \frac{d\vec{L'}}{dt} \end{cases}$

Teoremi di Koening

$$\vec{L} = \vec{L'} + \vec{L_{cm}} \qquad (\text{in O} \quad \vec{L} = \sum \vec{r_i} \times m_i \vec{v_i})$$

$$K = K' + K_{cm} \qquad (\text{in O} \quad K = \sum K_i = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2)$$

Urti

Urto elastico: vale $\vec{p} = cost$; $E = cost$, $K = cost$

Urto elastico tra due corpi in cui il primo m_1 viene deviato di un angolo θ, mentre il secondo m_2 è deviato di un angolo θ_0. Per specularietà dell'urto i due angoli $\theta = \theta_0$ e per la conservazione della quantità di moto dev'esserci una condizione sulle componenti delle due velocità finali. Nel sistema di riferimento del centro di massa vale $p'_1 = p'_2$. Un consiglio per esercizi di questo tipo quello di scomporre le velocità nelle sue componenti in funzione dell'angolo θ e conservare la quantità di moto ed energia.

Urto anelastico: vale $\vec{p} = cost$

Dinamica del corpo rigido

Un sistema rigido ha 6 gradi di libertà, quindi le equazioni cardinali sono sufficienti per determinarne il moto, una volta noti la risultante ed il momento risultante delle forze esterne. In particolare la condizione necessaria e sufficiente perché il sistema sia in equilibrio è che $R^{(E)} = 0$ e $M^{(E)} = 0$.
Equazioni cardinali:
Moto traslazionale $R^{(E)} = \frac{dp}{dt} = Ma_{cm}$
Moto rotazionale $M^{(E)} = \frac{dL}{dt} = I_z\alpha$
Da notare che se z è un'asse di simmetria α, M sono paralleli a z.

Energia cinetica

attorno ad un'asse fisso:

$$\text{del corpo i-esimo:} \quad T_i = \frac{1}{2}m_i\omega^2 R_i^2 \quad ; \quad \text{totale:} \quad T_{rot} = \frac{1}{2}I_z\omega^2$$

Teoremi di Huygens-Steiner

Si utilizza se il corpo è messo in rotazione rispetto ad un'asse che non passa per il c.m. e distante a da esso:

$$I = I_c + ma^2$$

dove I è calcolato rispetto $\hat{z}'$, I_c rispetto $\hat{z}$ e $\vec{a} = \vec{zz'}$
Nota il momento di un corpo rigido con infiniti assi di rotazione è minimo rispetto l'asse che passa per il c.m.

Il collegamento tra il primo teorema di Huygens-Steiner e il teorema di Koening sull'energia cinetica per un corpo che ruota con una ω rispetto un asse è:

$$T = T' + T_{cm} = \frac{1}{2}I_c\omega^2 + \frac{1}{2}mv_{cm}^2$$

Momento d'inerzia

$$I_z = \int_M R^2 dm$$

dove R è la distanza dell'elemento dm rispetto l'asse di rotazione.
Vale anche la definizione: $I_z = \sum m_i R_i^2$
Nota il periodo di oscillazione di un pendolo fisico risulta: $\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$ dove $\omega = \frac{2\pi}{T}$ è la pulsazione delle piccole oscillazioni, m è la massa, I il momento d'inerzia rispetto l'asse di oscillazione posto a distanza d dal centro di massa.

Momenti d'inerzia per alcuni solidi omogenei:

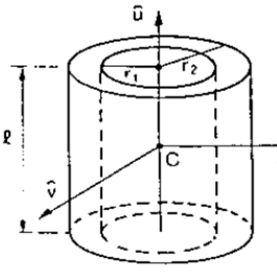
CILINDRO CAVO

$$I_u = \frac{1}{2} M (r_1^2 + r_2^2)$$

$$I_v = I_w = \frac{1}{4} M (r_1^2 + r_2^2) + \frac{M l^2}{12}$$

N.B. A seconda del valore di r_1, r_2, l, queste stesse espressioni forniscono i momenti centrali di inerzia per:

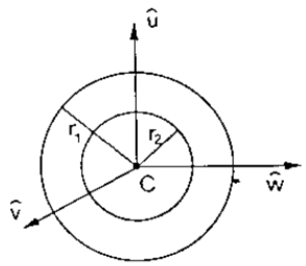
- cilindro pieno ($r_1 = 0$)
- sbarretta rettilinea ($r_1 = r_2 = 0$)
- disco ($r_1 = l = 0$)
- cerchio ($r_1 = r_2$; $l = 0$)



SFERA CAVA

$$I_u = I_v = I_w = \frac{2}{5} M (r_1^2 - r_2^2)$$

Per $r_2 = 0$ si ha la sfera omogenea piena.



PARALLELEPIPEDO

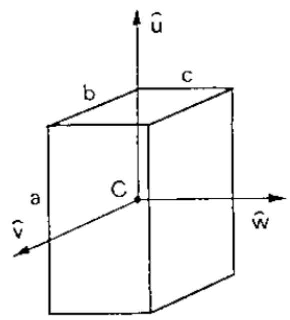
$$I_u = \frac{M}{12} (b^2 + c^2)$$

$$I_v = \frac{M}{12} (a^2 + c^2)$$

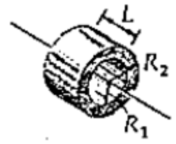
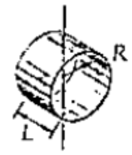
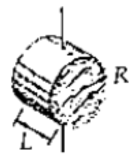
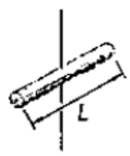
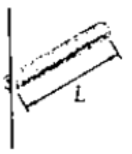
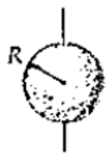
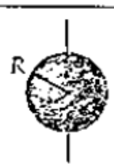
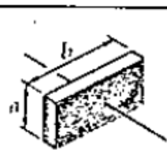
$$I_w = \frac{M}{12} (a^2 + b^2)$$

Per $a = b = c$ si ha il cubo $\left(I_u = I_v = I_w = \frac{M a^2}{6} \right)$

Per $a = 0$ si ha la piastra piana rettangolare.



Un elenco più completo:

Strato cilindrico rispetto all'asse		$I = MR^2$
Cilindro pieno rispetto all'asse		$I = \frac{1}{2} MR^2$
Cilindro cavo rispetto all'asse		$I = \frac{1}{2} M (R_1^2 + R_2^2)$
Strato cilindrico rispetto a un diametro passante per il centro		$I = \frac{1}{2} MR^2 + \frac{1}{12} ML^2$
Cilindro pieno rispetto a un diametro passante per il centro		$I = \frac{1}{4} MR^2 + \frac{1}{12} ML^2$
Asta sottile rispetto a una perpendicolare passante per il centro		$I = \frac{1}{12} ML^2$
Asta sottile rispetto a una perpendicolare passante per un'estremità		$I = \frac{1}{3} ML^2$
Strato sferico sottile rispetto a un diametro		$I = \frac{2}{3} MR^2$
Sfera piena rispetto a un diametro		$I = \frac{2}{5} MR^2$
Parallelepipedo rettangolo pieno rispetto all'asse passante per il centro e perpendicolare alla faccia		$I = \frac{1}{12} M (a^2 + b^2)$

Momento angolare

In generale non vale $L = I\omega$

Per un generico corpo i-esimo che ruota attorno con velocità ω:

$$\begin{cases} L_{i,\perp} = L_i \text{sin}(\frac{\pi}{2} - \theta_i) = r_i m_i \omega R_i \text{cos}\theta \\ L_{i,z} = \omega m_i R_i^2 \end{cases}$$

Il momento totale risulta: $L_z = I_z\omega$

Nota se il corpo ruota attorno ad un'asse z di simmetria: $\vec{L} \equiv \vec{L_z}$; $\vec{L_\perp} = 0$; $\vec{L} = I_z\vec{\omega}$

Moto di puro rotolamento

È un moto in cui non c'è un'asse fisso di rotazione, ma varia nel tempo ed è un moto di rotazione attorno al centro di massa, che appunto si sta muovendo.

Condizione affinché si verifichi in assenza di forze di attrito: $v_{cm} = \omega R$ dove R è la distanza tra il centro di massa e il punto C dove poggia il corpo.

Gravitazione

$$\vec{F} = G\frac{mM}{\vec{r}^2} \quad ; \quad \text{l'energia potenziale gravitazionale} \quad U = -G\frac{mM}{r}$$

La massa ridotta è definita come: $\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m} + \frac{1}{M}$
Vengono classificate le orbite dall'energia meccanica E:

$E < 0$ orbita circolare o ellittica
$E = 0$ orbita libera (aperta)
$E > 0$ orbita libera iperbolica

Cose aggiuntive al formulario di OFT

Fluidi

densità acqua $\rho = 997 \dfrac{kg}{m^3}$

calore specifico acqua $c = 4187 \dfrac{J}{kg°C} = 4,18 \dfrac{J}{g°C} = 1 \dfrac{kcal}{kgK}$

Un fluido è in moto laminare se $R = \frac{2\rho v r}{\eta} < 2300$
Forza sviluppabile da un fluido che scorre $F = Q\rho v$
Per tenere Q costante con le perdite di carico vale $P = Q\Delta p$
Resistenza idrodinamica $R^* = \frac{\Delta p}{Q}$ $\begin{cases} \text{in serie} \quad R^*_{tot} = R^*_1 + R^*_2 + ... \\ \text{in parallelo} \quad 1/R^*_{tot} = 1/R^*_1 + 1/R^*_2 + ... \end{cases}$

Termodinamica

In genere vale $Q = P\Delta t \quad [J] = [Ws] \rightarrow 1W = 1J/s$

<u>Pareti composite:</u> Resistenza temica i-esima $R_i = \dfrac{\Delta x_i}{k_i A}$; $T_0 - T_n = \dfrac{dQ}{dt} \sum_{i=1}^{n} R_i$

se sono resistenze in serie vale come per le resistenze elettriche $R_{tot} = \sum R_i$

Potenza per una superficie unitaria $A = 1\text{m}^2$ $P = \dfrac{\Delta T}{R}$

Trasformazioni adiabatiche reversibili sono anche isoentropiche quindi $\Delta S = 0$.

Per un ciclo di Carnot vale $\dfrac{V_B}{V_A} = \dfrac{V_C}{V_D}$

Un espansione libera è una trasformazione irreversibile sia isoterma che adiabatica, quindi $Q = 0 = \Delta U = W$, ma non è isoentropica $\Delta S \neq 0$.

Per un gas reale vale $\Delta U = 0 = -na\left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}\right) + c_v(T_2 - T_1)$ ovvero trovo che espandendosi si raffredda.

Il mesolamento di due gas è una trasformazione isocora irreversibile ed è un processo spointaneo che porta il gas verso il massimo disordine. Se è un gas ideale i due gas mescolati si comportano come se fossero da soli e non reagiscono tra loro $\Delta U = 0$.