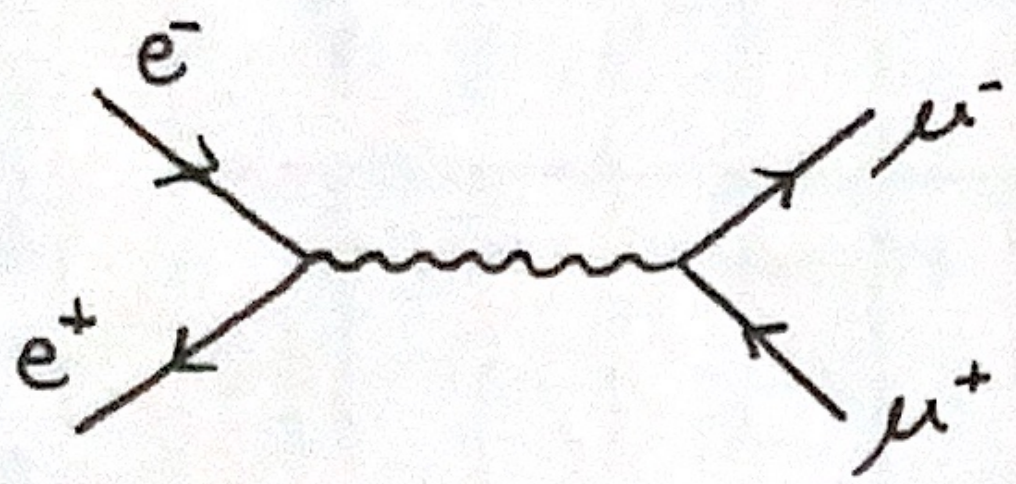
PARTICELLE ELEMENTARI 1

ESERCITAZIONI

$\boxed{\text{FOGLIO 2}}$

PARTICELLE 1 [E2_27032026] SIMMETRIE

1) ABBIAMO IL PROCESSO:



OVVIAMENTE CON LA QED SAREMMO IN GRADO DI CALCOLARE σ, MA IL PROBLEMA CI CHIEDE:

$$\frac{\sigma(\sqrt{s} = 30 \text{ GeV})}{\sigma(\sqrt{s} = 15 \text{ GeV})}$$

PER CUI POSSIAMO FARE ALCUNE CONSIDERAZIONI ED EVITARE TUTTO IL CONTO.

LA σ SICURAMENTE SAPPIAMO ESSERE UN'INVARIANTE, DUNQUE SARÀ COSTRUITA DA SOLI INVARIANTI, OSSIA s, t, u. PERÒ σ È LA SEZIONE D'URTO TOTALE E SAPPIAMO CHE $t = t(\cos\theta)$ e $u = u(\cos\theta)$, PER CUI GLI INVARIANTI SARANNO SOLO s, m_e, m_μ:

$$\sigma = \sigma(s, m_e, m_\mu).$$

LE MASSE SONO SEMPRE INVARIANTI.

NON COMPARE LA MASSA DEL BOSONE DI GAUGE PERCHÈ MASSLESS,

PERÒ 30 GeV e 15 GeV (OSSIA $\sqrt{s}$) SONO MOLTO MAGGIORI DELLE MASSE IN GIOCO, DUNQUE m_e ED m_μ SONO TRASCURABILI:

$$\sigma = \sigma(s).$$

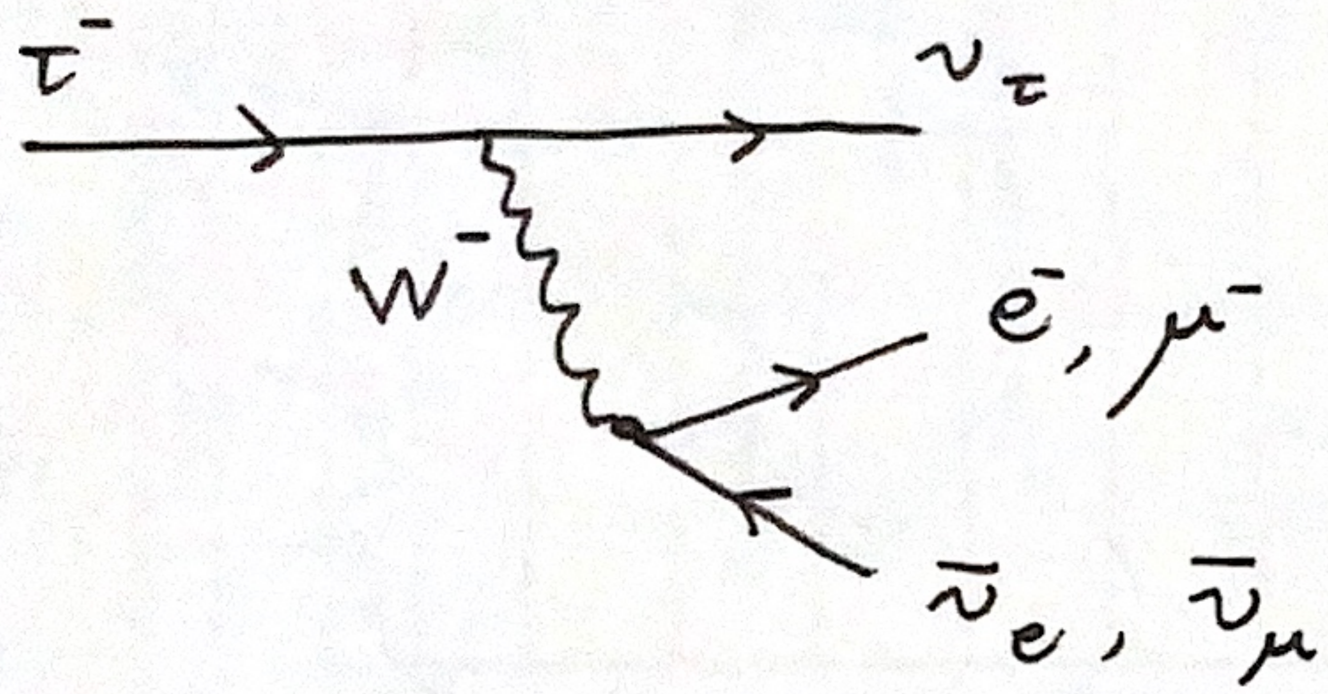
SAPENDO CHE $[\sigma] = GeV^{-2}$ (NON IN u.d.m. STD) $\Rightarrow \sigma \propto 1/s$

IL FATTORE DI PROPORZIONALITÀ NON CI INTERESSA CANCELLANDOSI.

DUNQUE: $\dfrac{\sigma(\sqrt{s} = 30\ GeV)}{\sigma(\sqrt{s} = 15\ GeV)} = \dfrac{(15)^2}{(30)^2} = \dfrac{1}{4}$

VERIFICATO CON I PLOT.

POSSIAMO FARE LA STESSA COSA PER IL PROCESSO:



UNO DEI DUE A SECONDA DEL PROCESSO

ABBIAMO $\Gamma = \Gamma(m_\tau, (m_e, m_\mu), m_W)$ MA GUARDANDO I VALORI

$\sqrt{s}$

DELLE MASSE m_e, m_μ ESSE SONO TRASCURABILI. PERÒ m_τ, m_W NON CAMBIANO TRA I DUE PROCESSI:

$$\Gamma = \Gamma(m_\tau, m_W)$$

SOLO LO STATO FINALE CAMBIA TRA I DUE DECADIMENTI.

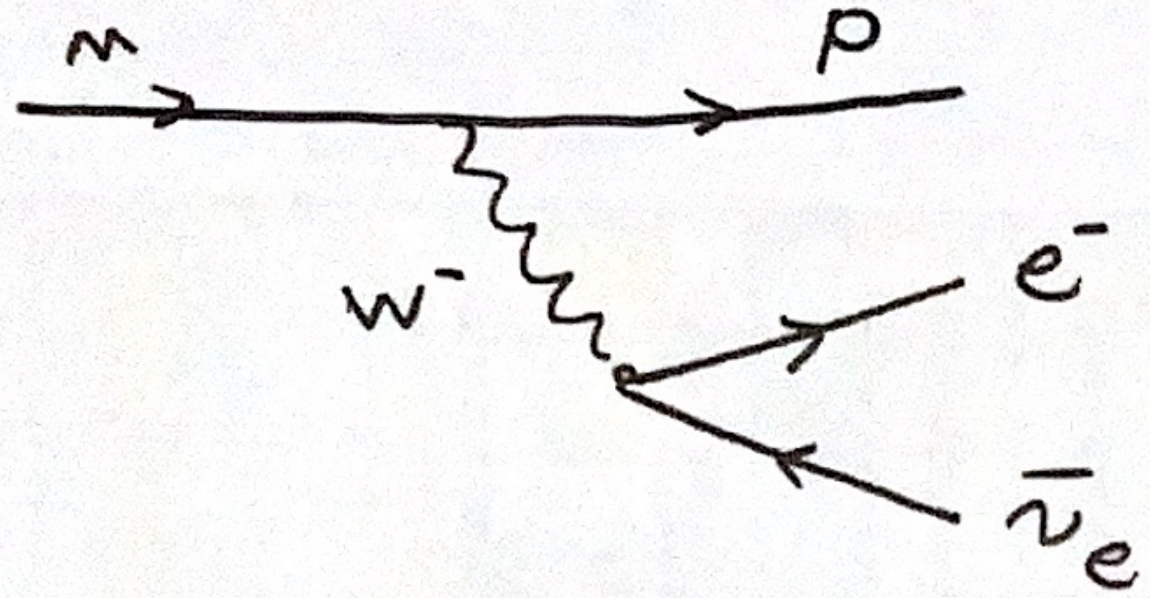
$$\Rightarrow \frac{\Gamma(\tau^- \to e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)}{\Gamma(\tau^- \to \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau)} = 1$$

2 ANCHE QUANDO È LIBERO IL NEUTRONE HA VITA MEDIA MOLTO LUNGA E BASSISSIMA PROBABILITÀ DI DECADERE. PER QUESTO, SI HA SOLO UN DECADIMENTO POSSIBILE:

RELAZIONE BIUNIVOCA?

$$n \to p e^- \bar{\nu}_e$$

L'UNICO DEL TES



CI INTERESSA MOLTO IL DECADIMENTO DI n (O MEGLIO IL <u>NON</u> DECADIMENTO) POICHÈ È MOLTO IMPORTANTE AVERE n LIBERI PER INNESCARE MOLTI PROCESSI NUCLEARI. SE n AVESSE VITA MEDIA MOLTO CORTA SAREBBE MOLTO POCO PROBABILE AVERE UN QUALSIASI PROCESSO.

$$n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$$

SE SOMMIAMO LE MASSE : $m_{\text{INIZIALE}} \simeq m_{\text{FINALE}}$ E INFATTI IL DECADIMENTO HA SPAZIO DELLE FASI MOLTO PICCOLO.

$\Rightarrow$ VITA MEDIA MOLTO LUNGA.

POTREMMO CHIEDERCI PERÒ SE ALTRI CANALI DI DECADIMENTO NON SIANO POSSIBILI:

$\underline{\underline{a}}$ $\quad n \to p e^-$ $\quad$ NON È POSSIBILE PERCHÈ NON CONSERVA IL NUMERO LEPTONICO.

MA ANCHE CHE IL MOMENTO ANGOLARE NON È CONSERVATO ESSENDO TUTTE LE PARTICELLE A SPIN 1/2

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \left(\begin{matrix}\text{MOMENTO}\\ \text{ORBITALE}\end{matrix}\right)$$

SEMPRE INTERO $\ell \in \mathbb{N}$ $\Rightarrow$ PER CUI PER OGNI POSSIBILITÀ CHE ABBIAMO NON RIUSCIREMMO MAI A CONSERVARE IL MOMENTO ANGOLARE.

$\underline{\underline{b}}$ $\quad n \to \pi^- e \bar{\nu}_e$ $\quad$ QUA IL PROBLEMA È IL NUMERO BARIONICO

NON CI FOSSE IL NEUTRINO SI ROMPEREBBE ANCHE LA CONSERVAZIONE DEL NUMERO LEPTONICO

$\underline{\underline{c}}$ $\quad n \to p \pi^-$ $\quad$ QUESTO È PROIBITO PER LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA ($m_p + m_\pi > m_n$)

CONDIZIONE DI SOGLIA, SULLE MASSE, NON PUÒ ESSERE SODDISFATTA.

$\underline{\underline{d}}$ $\quad n \to p \gamma$ $\quad$ NON SI CONSERVA LA CARICA ELETTRICA.

L'UNICO DECADIMENTO POSSIBILE (PER LE LEGGI DI CONSERVAZIONE) È QUELLO DEL TESTO.

3) NON ABBIAMO REGOLE DI CONSERVAZIONE PER I MESONI. PER VEDERE I POSSIBILI DECADIMENTI DOBBIAMO BASARCI SU ALTRI TIPI DI SIMMETRI, LEGATE ALLE INTERAZIONI E NON A PRINCIPI PRIMI.

SAPPIAMO CHE EM E FORTE CONSERVANO LA PARITÀ E SONO INVARIANTI PER CONIUGAZIONE DI CARICA. → CONSERVANO CP.

ABBIAMO:

$$\underbrace{M}_{\text{MESONI}} = q\bar{q} \quad \text{CON} \quad \text{SPIN} = \begin{cases} S_{q\bar{q}} = 0 & \text{MESONI PSEUDO-SCALARI} \\ S_{q\bar{q}} = 1 & \text{MESONI VETTORI} \end{cases} \longrightarrow \text{ESSENDO I QUARK FERMIONI}$$

SAPPIAMO CHE: $\mathbb{P}(f\bar{f}) = (-1)^{\ell+1}$

$\mathbb{C}(f\bar{f}) = (-1)^{\ell+s}$; $\mathbb{C}(m\bar{m}) = (-1)^{L+S}$

MESONE ANTI MESONE

TOTALI

PER CUI LE POSSIBILITÀ CHE ABBIAMO SONO:

$$\begin{cases} S_{q\bar{q}} = 0 & (M \text{ PSEUDO SCALARI}: \pi, K, \eta, \eta' \ldots) & \mathbb{P}\mathbb{C} = -\,+ \\ S_{q\bar{q}} = 1 & (M \text{ VETTORI}: \rho^0 \ldots) & \mathbb{P}\mathbb{C} = -\,- \end{cases}$$

USANDO QUESTA REGOLA PER DECADIMENTI FORTI ED EM, POSSIAMO VEDERE IN QUALI SONO CONSERVATI CP E DUNQUE QUALI SONO PERMESSI.

a) VEDIAMO $\mathbb{C}|\gamma\rangle = (-1)|\gamma\rangle$ SAPENDO $\mathbb{C}|\eta\rangle = +1|\eta\rangle$ ($\text{E } \mathbb{P}|\eta\rangle = -1|\eta\rangle$)

E SE PRENDIAMO $\mathbb{C}|3\gamma\rangle = (-1)^3|\gamma\rangle$ → $\mathbb{C}$ È UN # QUANTICO MOLTIPLICATIVO

DUNQUE NELLO STATO FINALE ABBIAMO -1 MENTRE IN QUELLO INIZIALE $+1$

⟹ DECADIMENTO NON POSSIBILE.

ANALIZZARE $\mathbb{P}$ È PIÙ COMPLICATO POICHÉ DOVREMMO VEDERE LE POSSIBILI COMBINAZIONI DI MOMENTO ANGOLARE

VEDIAMO ORA $\eta \to \pi\pi$ CON π SIA CARICHI CHE NEUTRI, POICHÉ AVENDO PARTICELLE IDENTICHE SI HA $(\pm 1)^2 = +1$, PER CUI:

↳ ESSENDO $\mathbb{C}$ MOLTIPLICATIVO.

$$\mathbb{C}\,|\pi^0\pi^0\rangle = +1$$

$$\mathbb{C}\,|\pi^+\pi^-\rangle = +1$$

E VEDIAMO CHE LA CARICA È CONSERVATA. PERÒ, VEDENDO LA PARITÀ:

$$\mathbb{P}(\pi\,\pi) = (+1)(-1)^L = +1$$

PER L'INDISTINGUIBILITÀ DI CUI SOPRA.

$L=0$ PER LA CONSERVAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE.

CHE NON È CONSERVATA VISTO CHE NELLO STATO INIZIALE $\mathbb{C}(\eta) = -1$.

b ABBIAMO

$$\rho \to \pi^+\,\pi^-$$

$$\rho^0 \to \pi^0\,\pi^0$$

IN CUI VEDIAMO: $\mathbb{C}(\pi\pi) = (-1)^{L+\underbrace{S}_{S=0 \text{ PER } \pi}} = -1$

PER LA CONSERVAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE

$J(\rho^0) = 1 \Rightarrow L = 1$

DUNQUE CHE LA CONSERVAZIONE DI CARICA È RISPETTATA.

VEDIAMO ANCHE CHE $\mathbb{P}(\pi\,\pi) = (-1)^L \underset{L=1}{=} -1$, DUNQUE ANCHE LA PARITÀ NON DA PROBLEMI.

PERÒ, IL PROBLEMA È PROPRIO $L=1$. INFATTI, IL $\pi^0\pi^0$ DEVE AVERE FUNZIONE D'ONDA SIMMETRICA (VISTA L'INDISTINGUIBILITÀ), CHE NON È POSSIBILE SE $L=1$.

4 IL DECADIMENTO $K^+ \rightarrow \pi^+ \gamma$ È UN PROCESSO ELETTROMAGNETICO.

CP SI DEVONO CONSERVARE.

IN QUESTO CASO STATO INIZIALE E FINALE NON SONO AUTOSTATI DELLA CONIUGAZIONE DI CARICA (INFATTI $\mathbb{C}(K^+) \Rightarrow K^-$), PER CUI NON ABBIAMO NULLA DA DIRE A RIGUARDO.

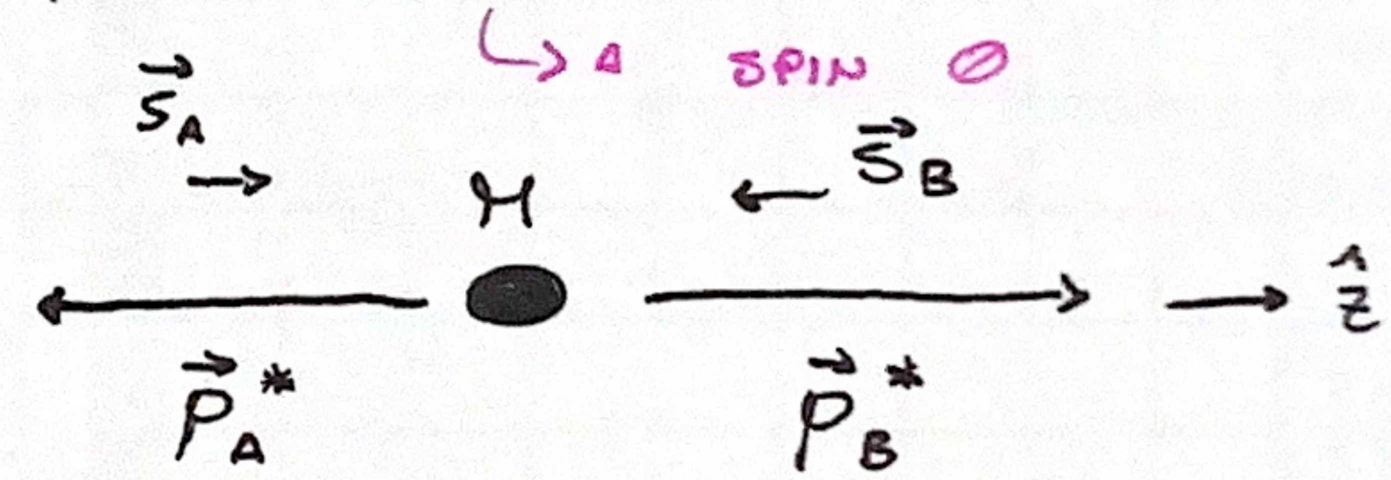
I DUE STATI SONO AUTOSTATI DELLA PARITÀ, DUNQUE DOBBIAMO CONTROLLARE LA SUA CONSERVAZIONE. PERÒ, AGGIUSTANDO IL MOMENTO ANGOLARE (ℓ) DEL γ POSSIAMO CONSERVARLA.

PERÒ, IL DECADIMENTO NON AVVIENE, DOBBIAMO PARLARE DEL MOMENTO ANGOLARE.

IL DECADIMENTO (GENERICO) DI UN MESONE È:

A SPIN 0

$M \rightarrow A + B$:



NEL C.M. SAPPIAMO $\vec{P}_a = -\vec{P}_B$

PER LA CONSERVAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE $(S_M = 0)$:

$$0 = \vec{S}_A + \vec{S}_B + \vec{L}_{AB}$$

POSSIAMO FARE IL PRODOTTO SCALARE PER $\vec{P}_A^*$:

$$0 = \vec{S}_A \cdot \vec{P}_A^* + \vec{S}_B \cdot \vec{P}_A^* + \vec{L}_{AB} \cdot \vec{P}_A^*$$

UTILIZZIAMO $\vec{P}_A^* = -\vec{P}_B^*$ INSIEME AL FATTO CHE $\vec{L} = \vec{r}_{AB} \times \vec{P}_{AB}$ È SEMPRE $\perp$ AL PIANO DI $\vec{P}_A^*$ E $\vec{P}_B^*$:

SONO MOMENTO E DISTANZA RELATIVA

$$0 = \vec{S}_A \cdot \vec{P}_A^* - \vec{S}_B \cdot \vec{P}_B^* + 0$$

SE DEFINIAMO L'ELICITÀ $\lambda = \vec{S} \cdot \vec{p}^{\,*}$, ALLORA ABBIAMO

DEFINITA A MENO DI UNA NORMALIZZAZIONE

$$\boxed{\lambda_A = \lambda_B}$$

CHE È IL CASO DI UN MESONE (INIZIALE) A SPIN NULLO.

ED UN DECADIMENTO A 2 CORPI. SE AVESSIMO PIÙ CORPI AVREMMO COSE PIÙ COMPLICATE.

PERÒ NEL CASO $K^+ \to \pi^+ \gamma$ CIÒ NON È RISPETTATO:

K^+ HA SPIN ZERO. ✓

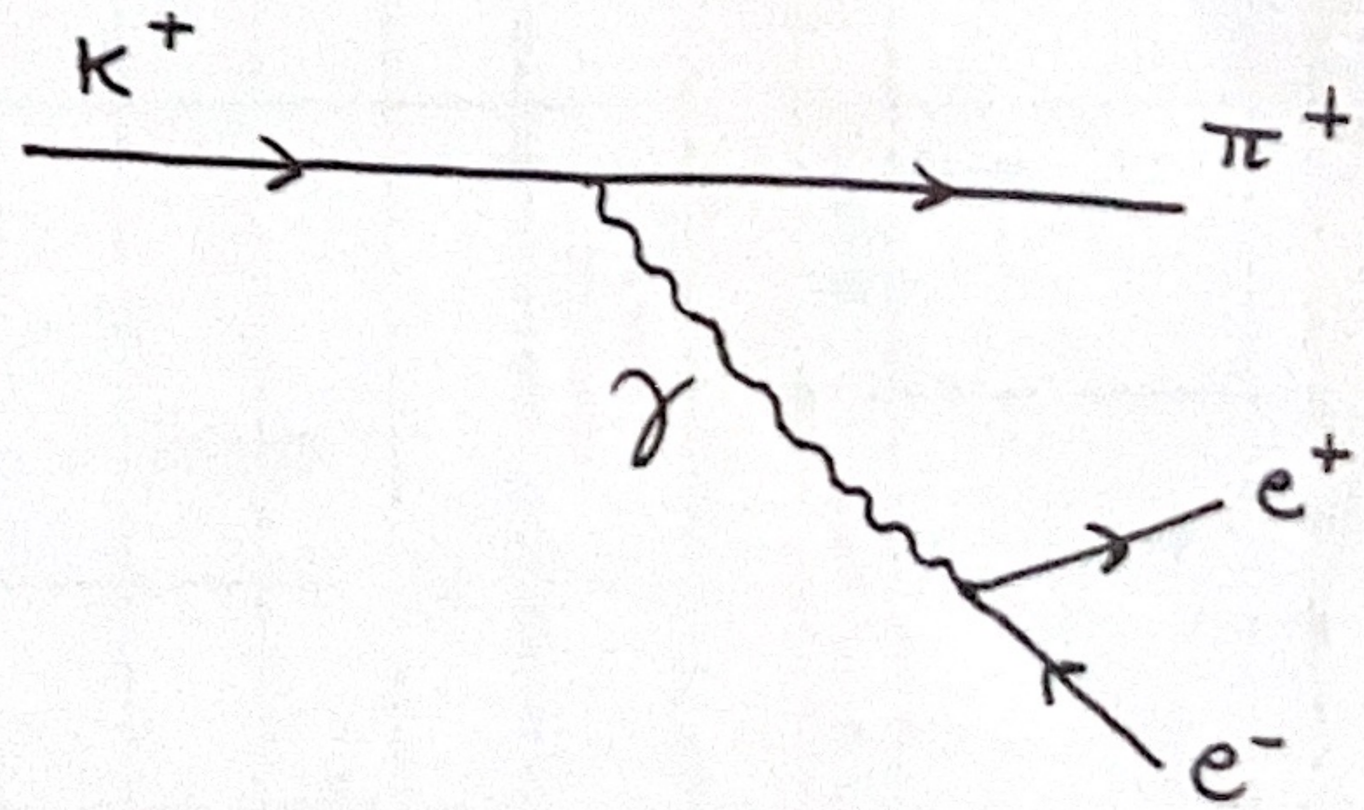
$$\begin{cases} S_\pi = 0 \Rightarrow \lambda_\pi = 0 \\ \text{HA } \lambda_\gamma = \pm 1 \text{ ESSENDO MASSLESS} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ LA CONSERVAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE NON È RISPETTATA.

NOTA PERÒ SE $K^+ \to \pi^+ e^+ e^-$ ABBIAMO UN DECADIMENTO A 3 CORPI E NON POSSIAMO USARE LA RELAZIONE DI PRIMA.

AD OGNI MODO, IL DECADIMENTO ESISTE POICHÈ CARICA E PARITÀ SONO CONSERVATI.

ANCHE SE MOLTO SOPPRESSO



5 Ci viene detto che $P\mathbb{C}(\eta') = -+$ e dobbiamo vedere quali decadimenti sono permessi.

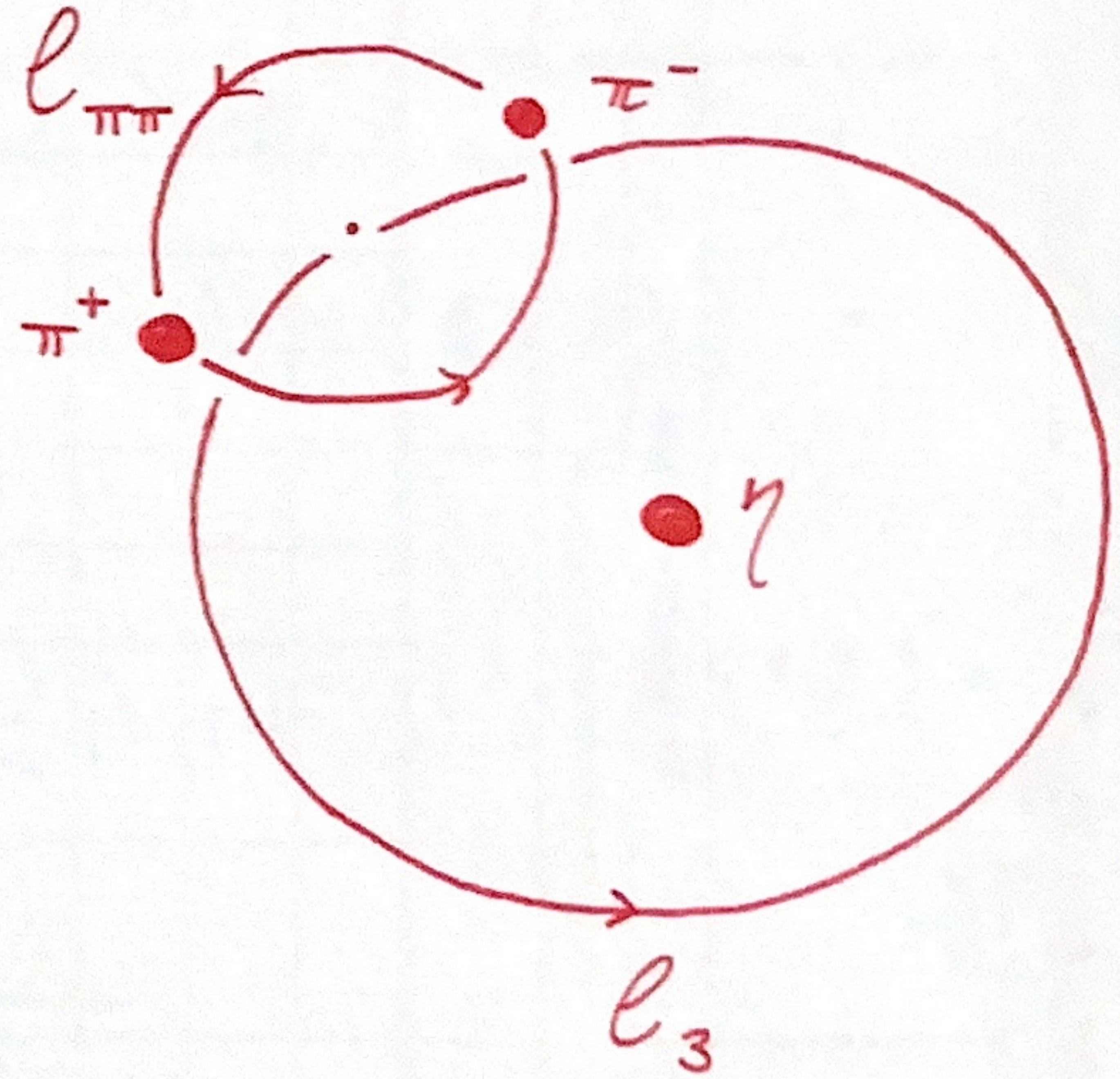
a) $\eta' \rightarrow \pi^+ \pi^-$ si ha $P(\pi^+\pi^-) = (-1)^L = +1 \Rightarrow P(\eta') = -1$ dunque non è permesso.

Essendo tutti spin $=0$ $\Rightarrow L=0$

b) $\eta' \rightarrow \pi^+ \pi^- \eta$ essendo un decadimento a 3 corpi è comodo definire un momento angolare tra i π e vedere come i due ruotano (dunque un altro momento angolare) rispetto η.

Per la conservazione del momento angolare: → tutti spin $=0$.

$$\ell_{\pi\pi} = \ell_3 .$$



Possiamo vedere la coniugazione di carica:

$$\mathbb{C}(\pi^+\pi\eta) = (-1)^{\ell_{\pi\pi}+\cancel{S}}(+1) = (-1)^{\ell_{\pi\pi}}$$

$S=0$ sia nello stato iniziale che finale

$\mathbb{C}(\eta)$

sono 3 autostati di $\mathbb{C}$ e quindi moltiplichiamo i numeri quantici

Ma avendo $\mathbb{C}(\eta') = +1 \Rightarrow \ell_{\pi\pi}$ dev'essere pari.

Inoltre vediamo:

$$P(\pi^+\pi^-\eta) = (-1)^{\ell_{\pi\pi}}(-1)(-1)^{\ell_3} = (-1)^{\ell_{\pi\pi}+\ell_3+1} = -1$$

e poiché $P(\eta') = +1$ anche la parità è rispettata.

L'unico vincolo che abbiamo è scegliere $\ell_{\pi\pi} = \ell_3 =$ pari.

c $\eta' \to \gamma \eta$

COME L'ESERCIZIO 4) LA CONSERVAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE NON PERMETTE IL DECADIMENTO. IN PIÙ ANCHE LA CONIUGAZIONE DI CARICA NON È SODDISFATTA.

$\hookrightarrow \mathbb{C}(\eta') = \mathbb{C}(\gamma)\mathbb{C}(\eta) \Rightarrow +1 = -1.$

$\mathbb{C}(\eta') = \mathbb{C}(\eta)$
$\mathbb{C}(\gamma) = -1$

d $\eta' \to K^+ K^- \eta$

LE MASSE NON PERMETTONO IL DECADIMENTO.

e $\eta' \to 2\gamma$

LA PARITÀ $\mathbb{P}(2\gamma)$ LA POSSIAMO AGGIUSTARE GIOCANDO CON IL MOMENTO ANGOLARE DEI γ, PER CUI È OK. IN PIÙ SI HA:

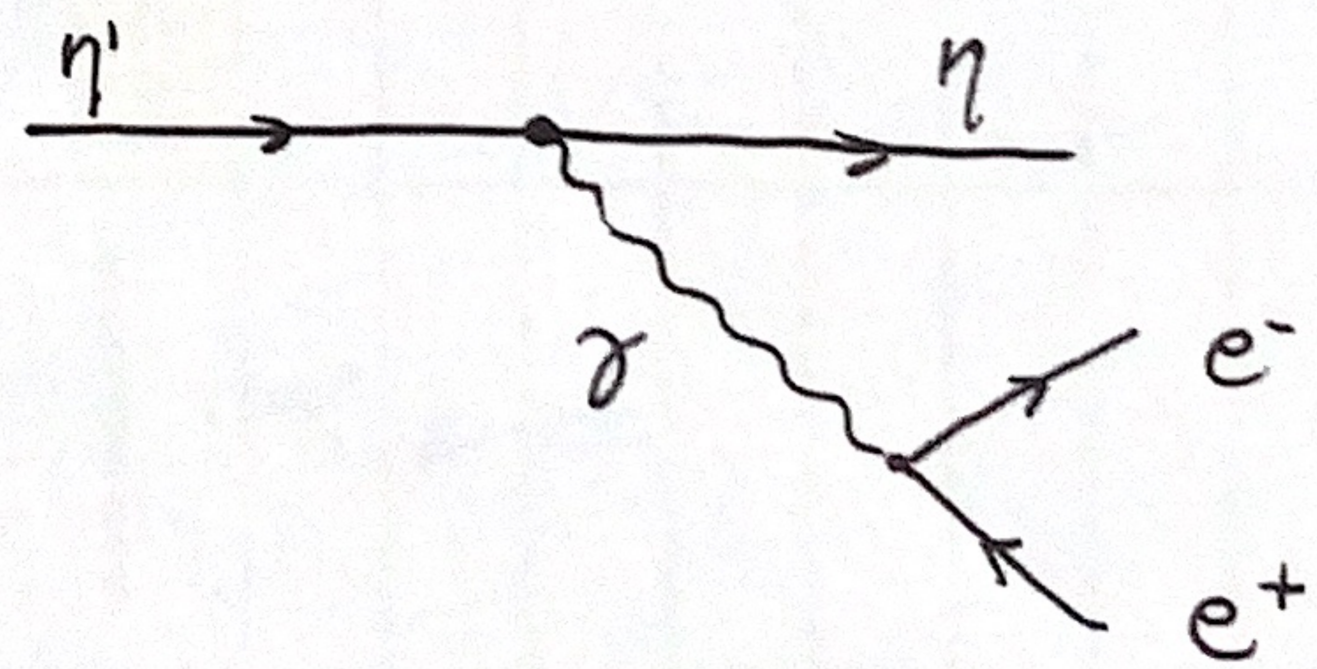
$$\mathbb{C}(\eta') = +1 \quad , \quad \mathbb{C}(2\gamma) = (\mathbb{C}(\gamma))^2 = +1$$

DUNQUE È PERMESSO.

f $\eta' \to 3\gamma$

STESSO DISCORSO DEL **e** MA CON $\mathbb{C}(3\gamma) = -1$ NON È PERMESSO

g ABBIAMO $\eta' \to e^+ e^- \eta$



IL PROBLEMA PERÒ QUA È CHE IL VERTICE DI QED (TRA $\eta' \eta \gamma$) NON CONSERVA LA CARICA:

$$\mathbb{C}(\eta') = \mathbb{C}(\eta) = +1$$

MA $\mathbb{C}(\gamma) = -1.$ $\Rightarrow$ NON È PERMESSO.