



Esercizi

ONDE FLUIDI TERMODINAMICA

ESERCIZI a.a. 2023-2024

NUMERAZIONE E SOLUZIONI
MATERIALE FORNITO DALLA
PROFESSORESSA DE MORI. FANNO RIFERIMENTO AL

ARGOMENTI ESERCITAZIONI

# 1 - 4	ONDE
# 5 - 8	FLUIDI
# 9 - 12	TERMODINAMICA

ESERCIZI CHE HO LASCIATO:

NELLE ESERCITAZIONI VECCHIE

ES 8 ESERCITAZIONE 7

NELLE ESERCITAZIONI NUOVE

ES. 8 ESERCITAZIONE 4

ES. 5, 6, ESERCITAZIONE 6
(SONO 4 ESERCIZI DI PROVE D'ESAME
SENZA SOLUZIONE)

ES. 2 ESERCITAZIONE 7 (PUNTO d)

ES. 8 ESERCITAZIONE 7

ES. 2 ESERCITAZIONE 8 (PUNTO b)

ES. 7 ESERCITAZIONE 8

ES 9 ESERCITAZIONE 8 (PUNTO c, d)

ES 1 ESERCITAZIONE 9 (PUNTO d DA
CONTROLLARE)

ES 2 ESERCITAZIONE 9 (DA CONTROLLARE)

ES 5 ESERCITAZIONE 9 (b, c, d)

ES 9.7c IN PIÙ (DA CONTROLLARE)

ES 2 ESERCITAZIONE 10 (NUMERI)

ES 3 ESERCITAZIONE 10 (DOMANDA IN FONDO)

ES 6 ESERCITAZIONE 10 (PUNTO b, d)

ES 2 ESERCITAZIONE 11 (PUNTO e)

ES 3 ESERCITAZIONE 11 (NON HO CAPITO IL TESTO)

ES 7 ESERCITAZIONE 11 (DA CONTROLLARE)

ES 1,3,5,6 ESERCITAZIONE 12
(SONO 4 ESERCIZI DI PROVE D'ESAME
SENZA SOLUZIONE)

ES 11.9C ESERCIZI IN PIÙ, DA CONTROLLARE

ES 10.8C ESERCIZI IN PIÙ, DA CONTROLLARE

ES ● ESERCITAZIONE ●

ESERCITAZIONE 9

1 VEDI ES 6 ESERCITAZIONE 8. RISULTATI:

$$a. T_1 = \frac{3mC_{p,g}}{Mc_o} (T_g - T_{Fg}) + T_A = 21,84^\circ\text{C}$$

$$b. Q_1 + Q_F = 117,878 \text{ kJ} ; Q_F = 3m\lambda_A = 12,056 \text{ kJ}$$

$$c. m_x = \frac{Q_2}{L} = 0,027 \text{ Kg} = 27,29 \text{ g}$$

d. DETERMINA LE VARIAZIONI DELL'ENTROPIA DELL'UNIVERSO

e. SO CHE PER UN ISOTERMA VALE: [DA CONTROLLARE]

$$\Delta S = \frac{Q}{T}$$

È CHE PER UN'ADIABATICA $\Delta S = 0$.
DUNQUE AVENDO L'AMBIENTE CHE NON ENTRA IN GIOCO HO SICURAMENTE $\Delta S_{AMB} = 0$, E AVENDO UN CAMBIAMENTO DI FASE (ISOTERMO) POSSO DIRE:

$$\Delta S_1 = \frac{Q_F}{T_F} = 44,136 \text{ J/K} \quad (T_F = 273,15 \text{ K})$$

HA HO ANCHE UNA TRASFORMAZIONE IRREVERSIBILE IN CUI C'È
 LO SCAMBIO DI CALORE TRA ACQUA (ALLA TEMPERATURA $T_A = 298,15 \text{ K}$)
 E GHIACCIO (A TEMPERATURA $T_g = 255,15$), PER CUI CALCOLO

$$dS_2 = \frac{\partial Q}{T}$$

$$\Rightarrow \Delta S_2 = \int \frac{\partial Q}{T} = \int_{T_g}^{T_f} m_g c_g \frac{dT}{T} \quad \text{POICHÈ} \quad \partial Q = m c_v dT$$

$$\Rightarrow \Delta S_2 = 3m c_g \ln\left(\frac{T_f}{T_g}\right) = 5,006 \text{ J/K}$$

DUNQUE LA VARIAZIONE DI ENTROPIA DEL SISTEMA, E ANCHE
 DELL'UNIVERSO ($\Delta S_{AMB} = 0$) È

$$\Delta S_U = \Delta S_{sist} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 49,142 \text{ J/K}$$

2 CILINDRO ADIABATICO, $A = 0,03 \text{ m}^2$, $T_0 = 293,15 \text{ K}$

CUBO DI Cu , $m = 50 \text{ g}$, $T_1 = 353,15 \text{ K}$, $c_{\text{cu}} = 385 \text{ J/kg K}$

EQUILIBRIO, $T_2 = 328,15 \text{ K}$, $\Delta h = 4,5 \text{ cm}$

DETERMINA: ΔU DELL'ARIA.

COMINCIO A CALCOLARE IL CALORE CEDUTO DAL CUBETTO DI Cu

$$Q = m c_{\text{cu}} \Delta T = m c_{\text{cu}} (T_2 - T_1) = -481,25 \text{ J}$$

LA VARIAZIONE DI VOLUME D'ARIA NEL CILINDRO È

$$\Delta V = V_2 - V_1 = A \Delta h = 0,00135 \text{ m}^3$$

LA TRASFORMAZIONE DELL'ARIA È ISOBARA (p_0) E VIENE COMPIUTO LAVORO

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV = p_0 \int_{V_1}^{V_2} dV = p_0 \Delta V = 136,78 \text{ J}$$

AVENDO COSÌ

$$\Delta U = Q - W = 344,47 \text{ J}$$

[DA CONTROLLARE]

3 GAS PERFETTO MONOATOMICO, $m = 1 \text{ mol}$

$$p_0 = \text{cost} = 1 \text{ atm}, \quad V_1 \rightarrow V_2 = 2V_1$$

DETERMINA : • V_2' di un'ISOTERMA CHE PORTA ALLO STESSO STATO INIZIALE
PER

- PRODURRE STESSO W
- ASSORBIRE STESSO Q

COMINCIO A DETERMINARE IL POSSIBILE PER L'ISOBARA. So

$$p_0, \quad Q = m c_p (T_2 - T_1), \quad W = p_0 (V_2 - V_1) = m R (T_2 - T_1)$$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \frac{m R}{p}$$

LAVORO CON QUESTE RELAZIONI E SAPENDO CHE PER UN GAS MONOATOMICO HO

$$c_v = \frac{3}{2} R, \quad c_p = \frac{5}{2} R, \quad R = 8,314 \text{ J/mol K}$$

$$\text{VEDO} \quad V_1 T_2 = V_2 T_1 \Rightarrow V_1 T_2 = 2 V_1 T_1 \Rightarrow T_2 = 2 T_1$$

$$\Rightarrow \Delta V = V_1, \quad \Delta T = T_1$$

$$\text{DUNQUE} \quad W_{\text{ISOB}} = p_0 V_1, \quad Q_{\text{ISOB}} = c_p T_1 = \frac{5}{2} R T_1$$

PER UNA TRASFORMAZIONE ISOTERMA SO

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q = W, \quad p_0 V_1 = p_2 V_2 = nRT$$

IO HO UN ISOTERMA A $T = T_2$ REVERSIBILE E DUNQUE

$$W = \int_1^2 p dV = nRT_2 \ln\left(\frac{V_2'}{V_1}\right)$$

$$\Rightarrow W = RT_2 \ln\left(\frac{V_2'}{V_1}\right)$$

EGUAGLIO I LAVORI PER ISOTERMA E ISOBARA

$$p_0 V_1 = RT_2 \ln\left(\frac{V_2'}{V_1}\right)$$

USO L'EQUAZIONE DI STATO NELLO STATO INIZIALE

$$p_0 V_1 = RT_1', \quad \text{SE ISOTERMA } T_1 = T_2$$

$$\Rightarrow p_0 V_1 = RT_2$$

DUNQUE

$$RT_2 = RT_2 \ln\left(\frac{V_2'}{V_1}\right) \Rightarrow \ln\left(\frac{V_2'}{V_1}\right) = 1 \Rightarrow \boxed{V_2' = e V_1}$$

EGUAGLIO ORA I CALORI SCAMBIATI

$$\frac{5}{2} RT_1 = RT_2 \ln\left(\frac{V_2'}{V_1}\right), \quad \text{SE ISOTERMA } T_1 = T_2$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{V_2'}{V_1}\right) = \frac{5}{2} \Rightarrow \boxed{V_2' = e^{5/2} V_1}$$

4 $n = 1 \text{ mol}$ GAS PERFETTO BIATOMICO, $V_1 = 2 \text{ l}$, $V_2 = 8 \text{ l}$
TRASFORMAZIONE QUASI STATICA: $p = k V^2$, $k = 3 \text{ atm/m}^6$

DETERMINA: • W E Q SCAMBIATI

TRASFORMO UN ATTIMO $k = 3 \frac{\text{atm}}{\text{m}^6} = 303975 \frac{\text{Pa}}{\text{m}^6}$

IL LAVORO È PER DEFINIZIONE

$$dW = p(V) dV \rightarrow W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV = k \int_{V_1}^{V_2} V^2 dV = \frac{k}{3} (V_2^3 - V_1^3)$$

$$\Rightarrow \boxed{W_{12} = 0,051 \text{ J}}$$

HO COMUNQUE UN GAS IDEALE E POSSO USARE L'EQUAZIONE DI STATO NELLO STATO INIZIALE E FINALE, RICAVANDO LA TEMPERATURA

$$\begin{cases} p_1 V_1 = RT_1 \Rightarrow T_1 = \frac{p_1 V_1}{R} = k \frac{V_1^3}{R} = 2,92 \cdot 10^{-4} \text{ K} \\ p_2 V_2 = RT_2 \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 V_2}{R} = k \frac{V_2^3}{R} = 1,87 \cdot 10^{-2} \text{ K} \end{cases}$$

POSSO CALCOLARE

$$\begin{cases} U_1 = n C_V T_1 + \text{cost} \\ U_2 = n C_V T_2 + \text{cost} \end{cases}$$

CHIAMO $\ell = \text{cost}$ E HO $n = 1 \text{ mol}$, $c_v = \frac{5}{2} R$

$$\begin{cases} U_1 = 6,07 \cdot 10^{-3} \text{ J} + \ell \\ U_2 = 0,389 \text{ J} + \ell \end{cases}$$

DUNQUE $\Delta U = U_2 - U_1 = 0,382 \text{ J}$

USANDO IL PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

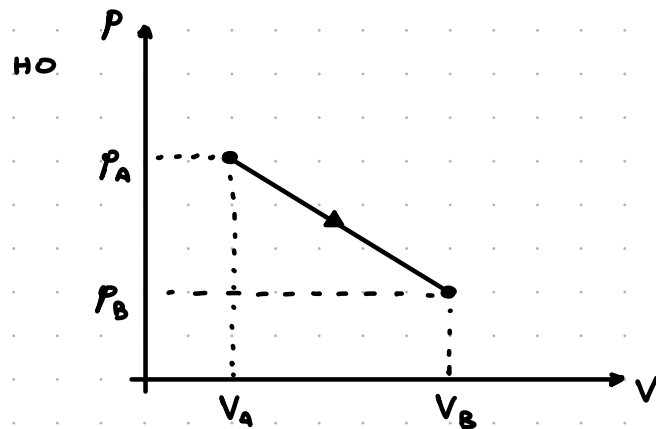
$$Q = \Delta U + W = 0,4336 \text{ J}$$

5

$n = 3 \text{ mol}$ GAS IDEALE
TRASFORMAZIONE REVERSIBILE DA (p_A, V_A) A (p_B, V_B)
CON $p_A > p_B$, $V_B > V_A$

DETERMINARE :

- LA MASSIMA TEMPERATURA RAGGIUNTA
- $V_A = 30 \text{ l}$, $V_B = 100 \text{ l}$, $p_A = 6 \text{ bar}$, $p_B = 2 \text{ bar}$, $\Delta S = 61,76 \text{ J/K}$
DETERMINA SE È UN GAS MONO O BI ATOMICO
- ΔS_{AMB}
- Q E ΔU



POSSO SCRIVERMI LA RELAZIONE $p(V)$ CHE MI
SARÀ UTILE :

UNA RETTA PASSANTE PER DUE PUNTI HA
EQUAZIONE

$$\frac{p - p_A}{p_B - p_A} = \frac{V - V_A}{V_B - V_A}$$

$\Rightarrow$

$$p(V) = p_A + \frac{p_B - p_A}{V_B - V_A} (V - V_A) \quad (1)$$

PRENDO DA QUELL'EQUAZIONE IL COEFFICIENTE ANGOLARE

$$m = \frac{p_B - p_A}{V_B - V_A}$$

E RICAVO IL TERMINE NOTO

$$p(0) = q = p_A - \frac{p_B - p_A}{V_B - V_A} V_A = \frac{p_A V_B - p_A V_A - p_B V_A + p_A V_A}{V_B - V_A} = \frac{p_A V_B - p_B V_A}{V_B - V_A}$$

ORA SCRIVO

$$p(V) = mV + q = \frac{p_B - p_A}{V_B - V_A} V + \frac{p_A V_B - p_B V_A}{V_B - V_A}$$

NOTA HO PROVATO A FARE I CONTI CON (1) MA SONO PIÙ COMPLICATI (I RISULTATI SONO UGUALI).

AVENDO UN GAS PERFETTO POSSO USARE LA LEGGE DEI GAS PERFETTI IN A ED IN B. LA TEMPERATURA SARÀ

$$pV = mRT \Rightarrow T = \frac{pV}{mR} = \frac{mV^2 + qV}{mR} \Rightarrow T = T(V)$$

CERCO IL MASSIMO

$$\frac{dT}{dV} = \frac{2mV + q}{mR} \equiv 0 \Rightarrow 2mV = -q \Rightarrow V = -\frac{q}{2m}$$

$$\Rightarrow V = -\frac{p_A V_B - p_B V_A}{V_B - V_A} \frac{V_B - V_A}{2(p_B - p_A)} \Rightarrow V = \frac{p_B V_A - p_A V_B}{2(p_B - p_A)}$$

CONTROLLO CHE SIA UN MASSIMO

$$\frac{d^2T}{dV^2} = \frac{2m}{mR} = \frac{2}{mR} \frac{p_B - p_A}{V_B - V_A}$$

AVENDO $p_B < p_A$ E $V_B > V_A$ ABBIAMO $\frac{d^2T}{dV^2} < 0 \rightarrow$ UN MASSIMO

DUNQUE
ESSERE

CON

$$V_{\max} = \frac{1}{2} \frac{p_B V_A - p_A V_B}{p_B - p_A} = -\frac{q}{2m}$$

HO LA TEMPERATURA MASSIMA, CHE RISULTA

$$T(V_{\max}) = \frac{m V_{\max}^2 + q V_{\max}}{mR} = \frac{1}{mR} \left(m \frac{q^2}{4m^2} - \frac{q^2}{2m} \right) = \frac{1}{mR} \left(\frac{q^2}{4m} - \frac{q^2}{2m} \right)$$

$$\Rightarrow T_{\max} = \frac{q^2}{4m mR} = \frac{1}{mR} \frac{(p_A V_B - p_B V_A)^2}{4(V_B - V_A)^2} \frac{V_A - V_B}{p_B - p_A}$$

$$\Rightarrow T_{\max} = \frac{1}{4mR} \frac{(p_A V_B - p_B V_A)^2}{4(p_B - p_A)(V_A - V_B)}$$

POSSO CALCOLARE

$$W = \int_{V_A}^{V_B} p(V) dV = \int_{V_A}^{V_B} (mV + q) dV = \frac{m}{2} (V_B^2 - V_A^2) + q(V_B - V_A)$$

PER UN GAS IDEALE SO

$$\Delta U = m c_v \Delta T = m c_v \left(\frac{p_B V_B}{mR} - \frac{p_A V_A}{mR} \right) = \frac{c_v}{R} (p_B V_B - p_A V_A)$$

USANDO IL PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

$$\begin{aligned} Q = \Delta U + W &= \frac{c_v}{R} (p_B V_B - p_A V_A) + \frac{m}{2} (V_B^2 - V_A^2) + q(V_B - V_A) \\ &= \frac{c_v}{R} (p_B V_B - p_A V_A) + \frac{(V_B - V_A)(V_B + V_A)}{2} \frac{p_B - p_A}{V_B - V_A} + \frac{p_A V_B - p_B V_A}{V_B - V_A} (V_B - V_A) \end{aligned}$$

$$= C_V \left(\frac{P_B V_B - P_A V_A}{R} \right) + \frac{1}{2} (P_B V_B - P_A V_B + P_B V_A - P_A V_A) + P_A V_B - P_B V_A$$

$$= C_V \frac{P_B V_B - P_A V_A}{R} + \frac{1}{2} (P_B V_B + P_A V_B - P_B V_A - P_A V_A)$$

$$= C_V \frac{P_B V_B - P_A V_A}{R} + \frac{1}{2} (P_B + P_A)(V_B - V_A)$$

NON CAPISCO COME CONTINUARE

6

CILINDRO RIGIDO E ADIABATICO

 $n = 1$ mol GAS IDEALE $m = 20$ g GHIACCIO, $\lambda = 80$ cal/g $p_0 = 1$ atm, $T_0 = 0^\circ\text{C}$

COMPRESSIONE REVERSIBILE PER SCIogliere IL GHIACCIO.

DETERMINA: • V_f

CALCOLO QUANTO CALORE SERVE PER SCIogliere IL GHIACCIO

$$Q_F = m \lambda, \quad \lambda = 334880 \text{ J/kg}$$

$$\rightarrow Q_F = 6697,6 \text{ J}$$

IL PROCESSO È ISOTERMO (CAMBIAMENTO DI FASE) PER CUI AVVIENE UNA COMPRESSIONE ISOTERMA A $T_0 = 0^\circ\text{C}$ E CONOSCO LE RELAZIONI:

$$Q = W = nRT_0 \ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right), \quad p_0 V_0 = p_1 V_1 = nRT_0$$

CALCOLO

$$V_0 = \frac{nRT_0}{p_0} = 0,0224 \text{ m}^3$$

IL LAVORO SVOLTO SARA' DUNQUE UGUALE AL CALORE SCAMBIATO
OSSIA IL CALORE NECESSARIO A FONDERE TUTTO IL GHIACCIO
(SARA' CEDUTO DAL GAS, QUINDI. $Q = -Q_F$)

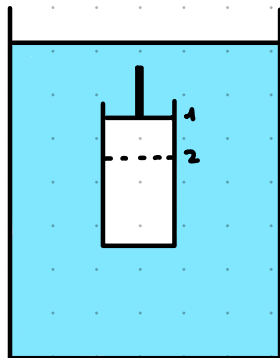
$$-Q_F = W = nRT_0 \ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right) \Rightarrow V_1 = V_0 \exp\left(-\frac{Q_F}{nRT_0}\right)$$

$$\Rightarrow V_1 = 0,001173 \text{ m}^3$$

VOLENDO TROVO ANCHE $p_1 = \frac{nRT_0}{V_1} = 1935766,38 \text{ Pa}$

7

CILINDRO DI GAS PERFETTO IN EQUILIBRIO CON $H_2O + GHIACCIO$

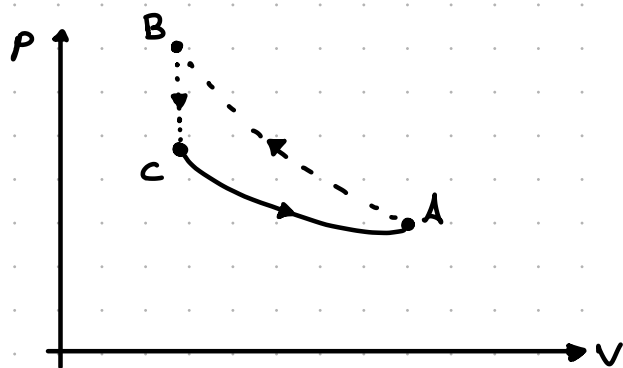


$$m = 100 \text{ g}$$

DETERMINA:

- W DEL GAS
- ΔS

IL CICLO È



AB - COMPRESSIONE ADIABATICA

BC - ISOCORA

CA - ISOTERMA

IL PUNTO CHIAVE È TROVARE IL CALORE NECESSARIO A FONDERE
IL GHIACCIO, CHE NON È ALTRO IL CALORE DI $AB + BC + CA$ (IN MODULO)

$$L = 80 \text{ cal/g} = 334880 \text{ J/kg}$$

$$Q_F = m L = 33488 \text{ J}$$

$$AB \text{ È ADIABATICA} \rightarrow Q_{AB} = 0 \Rightarrow Q_{BC} + Q_{CA} = -Q_F$$

PERÒ STO PERCORRENDO UN CICLO $\Rightarrow \Delta U_{TOT} = 0$

$$\Rightarrow Q_{TOT} = W_{TOT}$$

$$\Rightarrow W_{TOT, GAS} = Q_{BC} + Q_{CA} = -Q_F = -33488 \text{ J}$$

ORA VORREI

$$\Delta S_U = \Delta S_{SIST.} + \Delta S_{AMB}$$

$$= \Delta S_{CIL.} + \Delta S_{GHIACCIO} + \underbrace{\Delta S_{AMB}}_{=0}$$

IL $\Delta S_{GHIACCIO}$ NON È ALTRO CHE:

$$Q = m \lambda = Q_F \Rightarrow \Delta S_g = \frac{Q_F}{T} = 122.6 \text{ J/K} \quad (T = T_F = 273.15 \text{ K})$$

$$\Delta S_{CIL.} = \Delta S_{AB} + \Delta S_{BC} + \Delta S_{CA}$$

IN CUI PER OGNI TRASFORMAZIONE POSSO USARE LE EQUAZIONI NOTE

$$\Delta S_{AB} \text{ (ADIABATICA)} = m C_v \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) + m R \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

$$\Delta S_{BC} \text{ (ISOCORA)} = m C_v \ln\left(\frac{T_C}{T_B}\right)$$

$$\Delta S_{CA} \text{ (ISOTERMA)} = m R \ln\left(\frac{V_A}{V_C}\right)$$

$$\Rightarrow \Delta S_{cil} = n c_v \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) + n R \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) + n c_v \ln\left(\frac{T_C}{T_B}\right) + n R \ln\left(\frac{V_A}{V_C}\right)$$

RICORDA PERÒ : $T_A = T_C$, $V_B = V_C$

$$\Rightarrow \Delta S_{cil} = n \left(\underbrace{c_v \ln\left(\frac{T_C}{T_A}\right)}_{=0} + \underbrace{R \ln 1}_{=0} \right) = 0$$

PER CUI SI HA

$$\Delta S_u = \Delta S_g = 122,6 \text{ J/K}$$

8 ESPANSIONE A → B ISOTERMA (REVERSIBILE) - COMPRESSIONE B → C ISOBARA (REVERSIBILE) -

$$p_A = 1 \text{ atm}$$

$$V_A = 20 \text{ l}$$

$$V_B = x^2 V_A$$

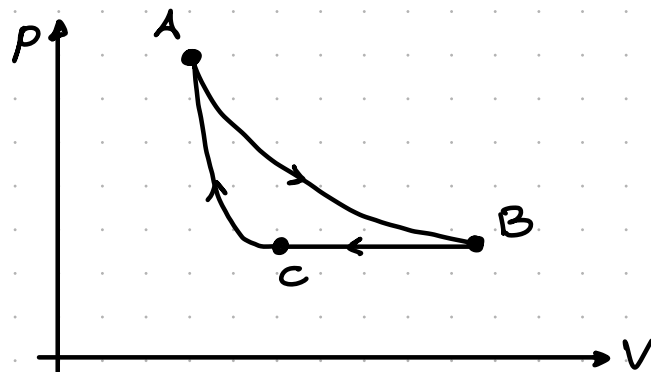
$$x = 1,1$$

DETERMINA : • V_C
• W_{CICLO}

- TRASFORMAZIONE C → A REVERSIBILE

$$pV^2 = \text{cost}$$

HO IL CICLO



AB ISOTERMA E CONOSCO LE RELAZIONI.

$$\Delta U = 0, \quad Q = W = nRT \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

POSSO RICAVERMI p_B DALLE EQUAZIONI ⇒ STATO :

$$p_A V_A = nRT_A, \quad p_B V_B = nRT_B$$

$$\Rightarrow (T_A = T_B) \quad p_A V_A = p_B V_B \quad \Rightarrow p_B = \frac{V_A}{V_B} p_A = \frac{p_A}{x^2}$$

CHE SARÀ ANCHE $p_C = p_B$ VISTO CHE BC È ISOBARA.
NOTI p_A E V_A POSSO TROVARE LE T DALLE EQUAZIONI DI STATO:

$$T_A = \frac{p_A V_A}{mR} \quad \text{CHE SARÀ} \quad T_B = T_A \quad (AB = \text{ISOTERMA})$$

BC ISOBARA CONOSCO:

$$Q = m c_p (T_C - T_B), \quad \Delta U = Q - W = m c_v (T_C - T_B), \quad W = m R (T_C - T_B)$$

V_B LO CONOSCO E POSSO USARE L'EQUAZIONE DI STATO PER TROVARE V_C :

$$p_B V_B = m R T_B \quad ; \quad p_C V_C = m R T_C$$

$$\Rightarrow \frac{V_B}{T_B} = \frac{m R}{p_B} = \frac{V_C}{T_C} \quad \Rightarrow V_C = \frac{T_C}{T_B} V_B$$

$(p_B = p_C)$

DUNQUE DOVREI TROVARE T_C . POSSO SFRUTTARE LA TRASFORMAZIONE CA:

$$p V^2 = \text{cost}$$

$$\Rightarrow p_C V_C^2 = p_A V_A^2 \quad \Rightarrow V_C = \sqrt{\frac{p_A}{p_C} V_A^2} \quad \Rightarrow V_C = \sqrt{x^2 V_A^2} = x V_A$$

$(p_C = p_B)$

$$\Rightarrow V_C = x V_A = 22 \text{ l}$$

POSSO QUINDI USARE LA RELAZIONE RICAVATA PRIMA PER V_C PER RICAVARE T_C :

$$V_C = \frac{T_C}{T_B} V_B \Rightarrow T_C = \frac{V_C}{V_B} T_B = \frac{T_B}{x} \Rightarrow T_C = \frac{p_A V_A}{n R x}$$

QUINDI RICAPITOLANDO HO LE SEGUENTI COORDINATE TD

$$\begin{cases} p_A \\ p_B = p_A / x^2 \\ p_C = p_B = p_A / x^2 \end{cases} \quad \begin{cases} V_A \\ V_B = x^2 V_A \\ V_C = x V_A \end{cases} \quad \begin{cases} T_A = \frac{p_A V_A}{n R} \\ T_B = T_A = \frac{p_A V_A}{n R} \\ T_C = T_A / x \end{cases}$$

POSSO CALCOLARE IL LAVORO:

$$\begin{cases} AB & \text{ISOTERMA} : & W_{AB} = n R T_A \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right) \\ BC & \text{ISOBARA} : & W_{BC} = n R (T_C - T_B) \\ CA & p V^2 = \text{cost} : & dW_{ca} = p(V) dV \end{cases}$$

(LASCIO IMPLICITI I SEGNI)

$$W_{TOT} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA}$$

CALCOLO A PARTE W_{CA} :

$$pV^2 = \text{cost} \Rightarrow p = \frac{\ell}{V^2} \quad \ell \in \mathbb{R}$$

$$W_{CA} = \ell \int_{V_C}^{V_A} \frac{dV}{V^2} = - \frac{\ell}{V} \Big|_{V_C}^{V_A} = \ell \left(\frac{1}{V_C} - \frac{1}{V_A} \right)$$

LA COSTANTE ℓ LA POSSO PRENDERE DA UN QUALSIASI PUNTO DELLA TRASFORMAZIONE

$$\ell = p_A V_A^2$$

DUNQUE

$$W_{ABC} = nRT_A \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) + nR(T_C - T_B) + p_A V_A^2 \left(\frac{1}{V_C} - \frac{1}{V_A} \right)$$

USANDO LA FUNZIONE DI STATO:

$$W_{ABC} = p_A V_A \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) + (p_C V_C - p_B V_B) + p_A V_A^2 \left(\frac{1}{V_C} - \frac{1}{V_A} \right)$$

USO I VALORI DELLE COORDINATE (LASCIO SOLO A)

$$W_{ABC} = p_A V_A \ln(x^2) + \left(\frac{p_A}{x^2} x V_A - \frac{p_A}{x^2} x^2 V_A \right) + p_A V_A^2 \left(\frac{1}{x V_A} - \frac{1}{V_A} \right)$$

$$W_{ABC} = p_A V_A \ln(x^2) + \left(\frac{p_A V_A}{x} - p_A V_A \right) + p_A V_A \left(\frac{1}{x} - 1 \right)$$

$$= 2 p_A V_A \ln(x) + p_A V_A \left(\frac{1-x}{x} \right) + p_A V_A \left(\frac{1-x}{x} \right)$$

NOTA SECONDO E TERZO TERMINE (W_{BC} E W_{CA}) SONO < 0 COME DOVREBBE ESSERE. IL PRIMO (W_{AB}) INVECE È > 0 .

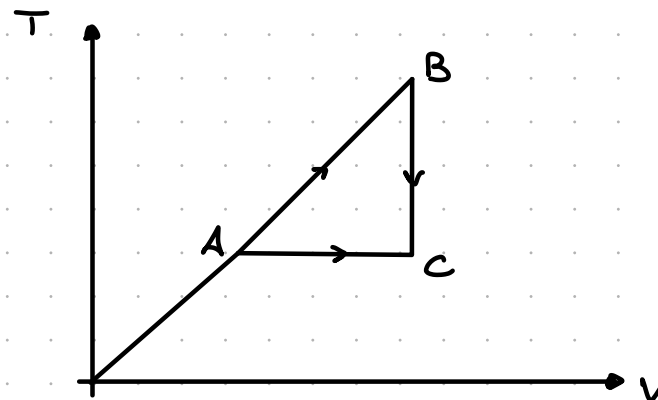
$$W_{ABC} = 2 p_A V_A \ln(x) + 2 p_A V_A \left(\frac{1-x}{x} \right)$$

$$\Rightarrow W_{ABC} = 2 p_A V_A \left[\ln x + \frac{1-x}{x} \right] = 17,84 \text{ J}$$

ESERCITAZIONE 10

1 $T_B = 3T_A$

DETERMINA: • Q , η



PER IL LAVORO POTREI USARE SOLO LA GEOMETRIA:

$$W = \frac{(V_A - V_C)(T_B - T_C)}{2} = \frac{(V_A - V_C)(3T_A - T_A)}{2} = \boxed{(V_A - V_C)T_A}$$

DAL 1° PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA: $\Delta U = 0 \Rightarrow \boxed{Q = W}$

POSSO ANCHE LAVORARE SULLE SINGOLE TRASFORMAZIONI (CONVENIENTE PERCHÈ POI POSSO VEDERE η):

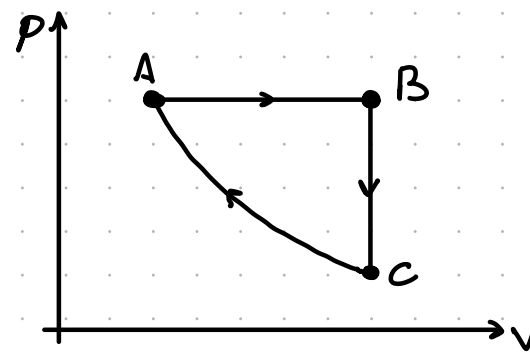
LA TRASFORMAZIONE A $\rightarrow$ B È ISOBARA POICHÈ VALE NOTO CHE

$$\frac{V}{T} = \text{cost}$$

DA QUESTO RICAVO

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{T_A}{T_B} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_B = 3V_A$$

NEL PIANO DI CLAPEYRON IL CICLO SAREBBE:



CALORE E LAVORO PER LE VARIE TRASFORMAZIONI SONO:

$$AB: Q_{AB} = n C_p (T_B - T_A), \quad W_{AB} = n R (T_B - T_A)$$

$$BC: Q_{BC} = n C_v (T_C - T_B), \quad W_{BC} = 0$$

$$CA: Q_{CA} = n R T_A \ln\left(\frac{V_A}{V_C}\right) = W_{CA}$$

HA OCCORRENZA RICORDARE $C_p = \frac{5}{2} R$, $C_v = \frac{3}{2} R$, $T_C = T_A$, $V_C = V_B$

DUNQUE HO IL CALORE ASSORBITO ($Q_{AB} > 0$) E CEDUTO ($Q_{BC}, Q_{CA} < 0$)
(I SEGNI LI VEDI METTENDO LE RELAZIONI NOTE):

$$\begin{cases} Q_{\text{ASS}} = Q_{AB} = \frac{5}{2} n R (T_B - T_A) \\ Q_{\text{CED}} = Q_{BC} + Q_{CA} = \frac{3}{2} n R (T_A - T_B) + n R T_A \ln\left(\frac{V_A}{V_B}\right) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \begin{cases} Q_{\text{ASS}} = \frac{5}{2} n R 2 T_A \\ Q_{\text{CED}} = n R T_A \ln\left(\frac{1}{3}\right) - \frac{3}{2} n R 2 T_A \end{cases} \\ &V_B = 3 V_A \\ &T_B = 3 T_A \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{cases} Q_{\text{ASS}} = 5 n R T_A \\ Q_{\text{CED}} = -\left(n R T_A \ln 3 + 3 n R T_A\right) \end{cases}}$$

IL CALORE DEL CICLO È QUINDI:

$$Q_{ABC} = Q_{ASS} + Q_{CED} = 2nRT_A - nRT_A \ln 3$$

DUNQUE IL RENDIMENTO DEL CICLO È

$$\eta = \frac{Q_{ABC}}{Q_{ASS}} = \frac{2nRT_A - nRT_A \ln 3}{5nRT_A} = \frac{2 - \ln 3}{5} = 0,18 = 18\%$$

2 $m = 1$, MONOATOMICO

CICLO REVERSIBILE abca

{	ab	ISOCORA	
	bc	ADIABATICA	(ESPANSIONE)
	ca	ISOBARA	(COMPRESSIONE)

$$P_B = 10 \text{ atm}$$

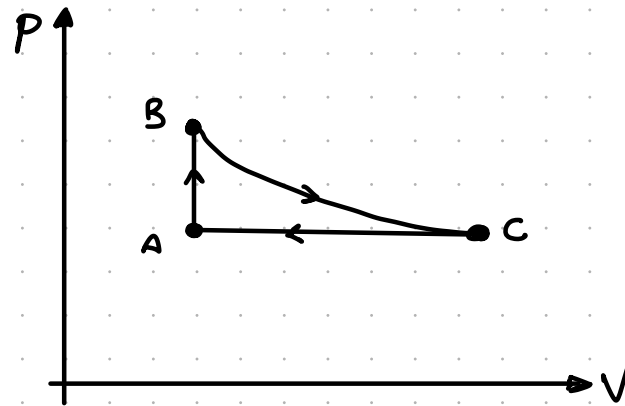
$$V_B = 2 \text{ m}^3$$

$$V_C = 4 \text{ m}^3$$

DETERMINA :

- Q_1 ASSORBITO
- Q_2 CEDUTO
- η
- η di CARNOT

IL CICLO È



MI SCRIVO IL CALORE SCAMBIATO PER OGNI TRASFORMAZIONE

$$\begin{cases} AB : Q_{AB} = m C_v (T_B - T_A) \\ BC : Q_{BC} = 0 \\ CA : Q_{CA} = m C_p (T_A - T_C) \end{cases}$$

NOTO:

$$\text{HO } P_B, V_B \Rightarrow \boxed{T_B = \frac{P_B V_B}{n R}}$$

$$\text{BC ADIABATICA} \Rightarrow T V^{\gamma-1} = \text{cost} \Rightarrow \gamma = \frac{5}{3}, T_B V_B^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_C = \left(\frac{V_B}{V_C} \right)^{\gamma-1} T_B}$$

$$\text{ANCHE } \boxed{P_C = \frac{n R T_C}{V_C} = \frac{n R T_B}{V_C} \left(\frac{V_B}{V_C} \right)^{\gamma-1} = \frac{P_B V_B}{V_C} \left(\frac{V_B}{V_C} \right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_B}{V_C} \right)^{\gamma} P_B}$$

$$\text{NOTANDO } V_A = V_B, P_A = P_C$$

$$\Rightarrow T_A = \frac{P_A V_A}{n R} = \frac{P_C V_B}{n R} = \left(\frac{V_B}{V_C} \right)^{\gamma} P_B \frac{1}{n R} V_B$$

$$\Rightarrow \boxed{T_A = \left(\frac{V_B}{V_C} \right)^{\gamma} T_B}$$

HO QUINDI TUTTE LE COORDINATE TERMODINAMICHE DEI 3 PUNTI.

POSSO VEDERE I SEGNI DEI Q PER VEDERE CHI È ASSORBITO E CHI CEDUTO

$$\begin{cases} AB: Q_{AB} = m c_v (T_B - T_A) = m c_v T_B \left(1 - \left(\frac{V_B}{V_C} \right)^\gamma \right) > 0 \\ BC: Q_{BC} = 0 \\ CA: Q_{CA} = m c_p (T_A - T_C) = m c_p \left(\frac{V_B}{V_C} \right)^\gamma T_B \left(1 - \frac{V_C}{V_B} \right) \end{cases}$$

$T_B > T_A$

$$\begin{cases} AB: Q_{AB} = m c_v T_B \left(1 - \left(\frac{V_B}{V_C} \right)^\gamma \right) > 0 \\ BC: Q_{BC} = 0 \\ CA: Q_{CA} = m c_p T_B \left(\frac{V_B}{V_C} \right)^\gamma \frac{V_B - V_C}{V_B} < 0 \end{cases}$$

DUNQUE

$$\begin{cases} Q_{ASS} = Q_{AB} = m c_v T_B \left(1 - \left(\frac{V_B}{V_C} \right)^\gamma \right) \\ Q_{CED} = Q_{CA} = m c_p T_B \left(\frac{V_B}{V_C} \right)^\gamma \frac{V_B - V_C}{V_B} \end{cases}$$

ESPLICITANDO T_B POSSO CALCOLARLI: $T_B = \frac{p_B V_B}{m R}$, $c_v = \frac{3}{2} R$, $c_p = \frac{5}{2} R$

$$\Rightarrow \begin{cases} Q_{ASS} = \frac{3}{2} p_B V_B \left(1 - \left(\frac{V_B}{V_C} \right)^\gamma \right) = 2502,393 \text{ kJ} \\ Q_{CED} = \frac{5}{2} p_B V_B \frac{V_B - V_C}{V_B} \left(\frac{V_B}{V_C} \right)^\gamma = -895,595 \text{ kJ} \end{cases}$$

IL RENDIMENTO SARÀ DUNQUE

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{ced}|}{Q_{ass}} = 0,64 = 64\%$$

ORA VEDERE QUALI SONO LE DUE TEMPERATURE ESTREME:

$$T_A = \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^\gamma T_B, \quad T_B = \frac{p_B V_B}{n R}, \quad T_C = \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^{\gamma-1} T_B$$
$$\frac{V_B}{V_C} < 1, \quad \gamma > 1 \Rightarrow \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^\gamma < 1 \Rightarrow T_A < T_B$$

MA ANCHE $T_C < T_B$

MA $T_A = \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^\gamma T_B$ $T_C = \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^\gamma \frac{V_C}{V_B} T_B = \frac{V_C}{V_B} T_A$

$$\frac{V_C}{V_B} > 1 \Rightarrow T_C > T_A$$

DUNQUE IL CICLO DI CARNOT OPERA TRA T_A E T_B . IL SUO RENDIMENTO È:

$$\eta_c = 1 - \frac{T_A}{T_B} = 1 - \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^\gamma = 0,82 = 82\%$$

RICONTROLLARE
TUTTI I NUMERI

3

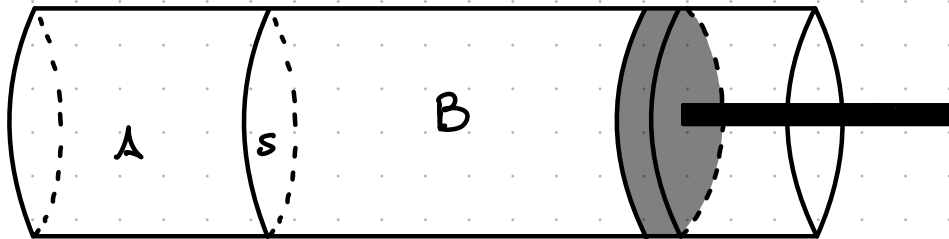
CILINDRO , $V_A = 0,4 \text{ l}$, $m_A = 0,02 \text{ mol}$ MONOATOMICO , $T_0 = 273 \text{ K}$
 $V_B = 2,46 \text{ l}$, m_B BIATOMICO , p_0 , T_0

$$p^* = 10 \text{ atm}$$

B COMPRESSO FINO A p^*

CONTENITORE ADIABATICO.

DETERMINA :
• W COMPRESSIONE
• T_F MISCELA
• ΔS_u



POSSO TROVARE LA PRESSIONE
INIZIALE CON L'EQUAZIONE DI
STATO

$$p_0^A = \frac{n_A R T_0}{V_A} = 113,49 \text{ Pa}$$

$$p_0^B = \text{ATMOSFERICA} = 101325 \text{ Pa}$$

COMPRESSIONE ADIABATICA : $Q = 0$, $W = -m C_V (T^* - T_0)$ E SO

$$p_0 V_B^\gamma = p^* V^{*\gamma} \Rightarrow V^* = \left(\frac{p_0}{p^*} \right)^{1/\gamma} V_B = 0,474 \text{ l}$$

$$\text{RICAVO } m_B \text{ INIZIALI : } p_0 V_B = n_B R T_0 \Rightarrow n_B = \frac{p_0 V_B}{R T_0} = 0,11 \text{ mol}$$

POSSO ANCHE TROVARE T_B FINALE : $T_B^* = \frac{p^* V^*}{m_B R} = 525,16 \text{ K}$

IL LAVORO NELLA COMPRESSIONE SARÀ DUNQUE

$$W = -m_B c_v (T_B^* - T_0) = -576,64 \text{ J}$$

QUANDO SI MESCOLANO I DUE GAS STO COMPIENDO UN'ISOCORA
IRREVERSIBILE, AL VOLUME $V_A^* + V_B^*$. È UN PROCESSO SPONTANEO
VERSO IL MASSIMO DISORDINE E AVENDO DUE GAS
PERFETTI NON HO INTERAZIONE $\Rightarrow \Delta U = Q = 0$

ISOCORA SO:

$$W = 0, \quad \Delta U = Q = m c_v (T_f - T_i)$$

ENTRAMBI I GAS STANNO COMPIENDO L'ISOCORA DUNQUE

$$\Delta U_{\text{TOT}} = \Delta U_A + \Delta U_B = m_A c_v^A (T_f - T_0) + m_B c_v^B (T_f - T_B^*)$$

$$\Rightarrow \Delta U_{\text{TOT}} = 0 \Rightarrow T_f (m_A c_v^A + m_B c_v^B) - (m_A c_v^A T_0 + m_B c_v^B T_B^*) = 0$$

$$\Rightarrow T_f = \frac{m_A c_v^A T_0 + m_B c_v^B T_B^*}{m_A c_v^A + m_B c_v^B} = 500,36 \text{ K}$$

POSSO TROVARE ΔS_0 . L'UNIVERSO NON È ALTRO CHE IL SISTEMA DEI

DUE GAS.
LE SINGOLE VARIAZIONI:
A AD UN ALTRO B): SONO (FORMULA GENERICA TRA UNO STATO

$$\begin{cases} \Delta S_A = m_A c_v^A \ln\left(\frac{T_F}{T_0}\right) + m_A R \ln\left(\frac{V_A + V^*}{V_A}\right) = 0,281 \text{ J/K} \\ \Delta S_B = m_B c_v^B \ln\left(\frac{T_F}{T^*}\right) + m_B R \ln\left(\frac{V_A + V^*}{V^*}\right) = 0,449 \text{ J/K} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta S_U = \Delta S_A + \Delta S_B = 0,73 \text{ J/K}$$

4

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$T_2 = T_1 + h$$

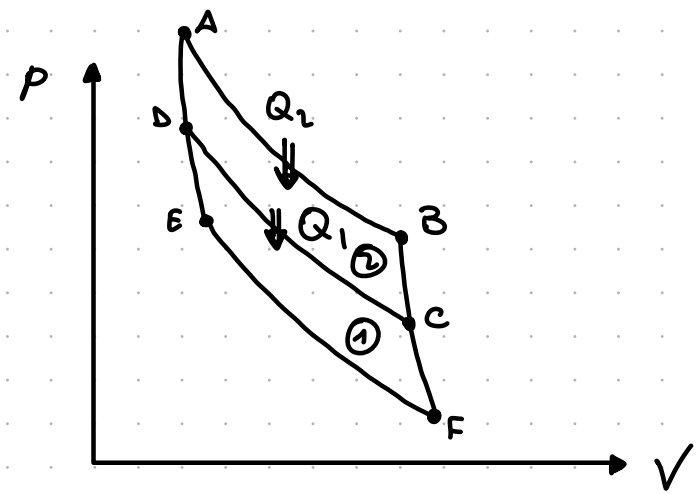
$$T_2$$

$$T_3 = T_2 + h$$

$$Q_1 = 5 \text{ J}$$

$$Q_2 = 8 \text{ J}$$

DETERMINA : • η_1 , η_2 , η_{1+2} , h
• $\Delta S_{\text{ISOT.}}$, ΔS_{AMB}



CICLO ABCD : $\begin{cases} AB & \text{ISOTERMA A } T_3 \\ BC & \text{ADIABATICA} \\ CD & \text{ISOTERMA A } T_2 \\ DA & \text{ADIABATICA} \end{cases}$

Q_2

CICLO DCFE : $\begin{cases} DC & \text{ISOTERMA A } T_2 \\ CF & \text{ADIABATICA} \\ FE & \text{ISOTERMA A } T_1 \\ ED & \text{ADIABATICA} \end{cases}$

Q_1

CICLO ABFE : $\begin{cases} AB & \text{ISOTERMA A } T_3 \\ BF & \text{ADIABATICA} \\ FE & \text{ISOTERMA A } T_1 \\ EA & \text{ADIABATICA} \end{cases}$

SO CHE VALE $\Delta S_{\text{ISOT}} = nR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -nR \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$

VEDO CHE AB ISOTERMA IN CUI ASSORBO Q_2 , DUNQUE

$$Q_2 = W = nRT_3 \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

IN 1 ASSORBO Q_1 LUNGO DC, MA QUELLO È IL CALORE CHE CEDE IL CICLO 2 E SO SCRIVERE

$$Q_2 = nRT_2 \ln\left(\frac{V_C}{V_D}\right)$$

SRUTTANDO QUESTA COSA POSSO TROVARE η E h :

$$\eta = 1 - \frac{Q_{CED}}{Q_{ASS}} ; \quad \eta_{CARNOT} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

USO LA RELAZIONE PIÙ CONVENIENTE

$$\Rightarrow \begin{cases} \eta_1 = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_1+h} = \frac{T_1+h-T_1}{T_1+h} = \frac{h}{T_1+h} \\ \eta_2 = 1 - \frac{T_2}{T_3} = 1 - \frac{T_1+h}{T_1+2h} = \frac{T_1+2h-T_1-h}{T_1+2h} = \frac{h}{T_1+2h} \end{cases}$$

QUINDI PER TROVARE η_1 ED η_2 MI SERVE h CHE POSSO RICAVARE DA

$$\eta_2 = 1 - \frac{Q_1}{Q_2} = 0,375 = 37,5\%$$

$$\Rightarrow \eta_2 = \frac{h}{T_1 + 2h} \Rightarrow \eta_2(T_1 + 2h) = h \Rightarrow h(2\eta_2 - 1) = -\eta_2 T_1$$

$$\Rightarrow h = \frac{\eta_2 T_1}{1 - 2\eta_2} \Rightarrow \boxed{h = 450 \text{ K}}$$

COSÌ

HO

$$\boxed{\eta_1 = 0,6 = 60\%}$$

E

PER IL CICLO TOTALE

$$\eta_{\text{TOT}} = 1 - \frac{T_1}{T_3} = 1 - \frac{T_1}{T_1 + 2h} = \frac{2h}{T_1 + 2h}$$

$$\Rightarrow \boxed{\eta_{\text{TOT}} = 0,75 = 75\%}$$

SO CHE LE TRASFORMAZIONI ADIABATICHE SONO ISOENTROPICHE

$$\Rightarrow \Delta S_{\text{ADIAB}} = 0$$

QUINDI

$$\Delta S_{\text{SIST}} = \Delta S_{\text{ISOT}}$$

PER UN GAS A T_i CHE SCAMBIA CALORE CON UNA SORGENTE A T_j HA

$$\Delta S = \frac{Q}{T_i}$$

DEVO PRIMA RICAVARMI IL CALORE Q_3 CEDUTO DAL CICLO 1,
LO TROVO CON

$$\eta_1 = 1 - \frac{Q_3}{Q_1} \Rightarrow Q_3 = Q_1 (1 - \eta_1) = 2 \text{ J}$$

COSÌ NEI CICLI TROVO

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \begin{cases} \Delta S_{\text{DC}} = \frac{Q_1}{T_2} = 6,6 \cdot 10^{-3} \text{ J/K} \\ \Delta S_{\text{FE}} = \frac{Q_3}{T_1} = -6,6 \cdot 10^{-3} \text{ J/K} \end{cases} \\ \textcircled{2} \quad & \begin{cases} \Delta S_{\text{AB}} = \frac{Q_2}{T_3} = 6,6 \cdot 10^{-3} \text{ J/K} \\ \Delta S_{\text{CD}} = \frac{Q_1}{T_2} = -6,6 \cdot 10^{-3} \text{ J/K} \end{cases} \end{aligned}$$

TROVO COSÌ ATTESO

$$\Delta S_{\text{SIST}_i} = 0 \quad \forall i = 1, 2$$

PER TRASFORMAZIONI REVERSIBILI $\Delta S_u = 0$

$$\Delta S_s = 0$$

$$\Rightarrow \Delta S_u = \Delta S_{AMB} = 0$$

5

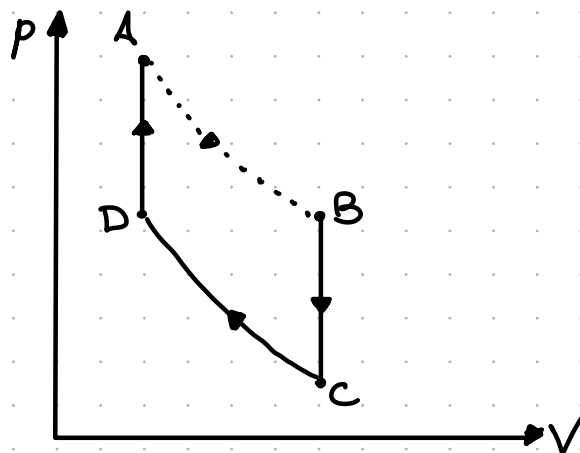
$$C_v = 17,19 + 13,62 \cdot 10^{-3} T \quad \text{J/K}$$

$\left\{ \begin{array}{lll} AB : & \text{ESPANSIONE ADIABATICA} & \text{IRREVERSIBILE} \\ BC : & \text{ISOCORA REVERSIBILE} & \\ CD : & \text{COMPRESSIONE ADIABATICA} & \text{REVERSIBILE} \\ DA : & \text{ISOCORA REVERSIBILE} & \end{array} \right.$

$$\begin{aligned} T_A &= 900 \text{ K} \\ T_B &= 600 \text{ K} \\ T_C &= 300 \text{ K} \\ T_D &= 522 \text{ K} \end{aligned}$$

DETERMINA : $\bullet \eta$
 $\bullet W$

IL CICLO È :



VALE IN GENERALE : $C_v = \frac{1}{n} \frac{dU}{dT}$

$$\Rightarrow dU = n c_v dT \quad \Rightarrow \Delta U = n \int_{T_1}^{T_2} (17,19 + 13,62 T) dT$$

$$\Rightarrow \Delta U = 17,19 n (T_2 - T_1) + \frac{13,62}{2} 10^{-3} n (T_2^2 - T_1^2)$$

POSSO USARE IL 1° PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA PER TROVARE IL LAVORO DEL CICLO:

ADIABATICHE : $Q = 0 \Rightarrow \Delta U = -W$ (AB e CD)

ISOCORE : $W = 0$ (BC e DA)

COSÌ VEDO

$$W_{TOT} = W_{AB} + \underbrace{W_{BC}}_{=0} + W_{CD} + \underbrace{W_{DA}}_{=0} = W_{AB} + W_{CD}$$

$$\Rightarrow W_{TOT} = -\Delta U_{AB} - \Delta U_{CD}$$

$$\Rightarrow W_{TOT} = -17,19 \text{ m} (T_B - T_A) - \frac{13,62}{2} 10^{-3} \text{ m} (T_B^2 - T_A^2) - \\ - 17,19 \text{ m} (T_D - T_C) - \frac{13,62}{2} 10^{-3} \text{ m} (T_D^2 - T_C^2)$$

$$\Rightarrow W_{TOT} = -17,19 \text{ m} (T_B + T_D - T_A - T_C) - \frac{13,62}{2} 10^{-3} \text{ m} (T_B^2 + T_D^2 - T_A^2 - T_C^2)$$

LAVORO PER UNITÀ DI mol

$$\Rightarrow \boxed{W_{TOT} = 3162,6 \text{ J}}$$

PER IL CALCOLO DEL RENDIMENTO MI SERVONO I CALORI CEDUTI E GLI ASSORBITI:

$$dQ = n c_v dT \Rightarrow Q = 17,19 (T_2 - T_1) + \frac{13,62}{2} \cdot 10^{-3} (T_2^2 - T_1^2)$$

$n = 1 \text{ mol}$

QUINDI,

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_{AB} = 0 \\ Q_{BC} = 17,19 (T_C - T_B) + \frac{13,62}{2} 10^{-3} (T_C^2 - T_B^2) = -6995,7 \text{ J} \\ Q_{CD} = 0 \\ Q_{DA} = 17,19 (T_A - T_D) + \frac{13,62}{2} 10^{-3} (T_A^2 - T_D^2) = 10158,3 \text{ J} \end{array} \right.$$

DUNQUE $Q_{\text{ASS}} = Q_{DA}$ E $Q_{\text{CED}} = Q_{BC}$

NOTA W_{TOT} LO AVREI POTUTO RITRAVARE DA Q CON IL 1° PRINCIPIO:

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q_{\text{TOT}} = W_{\text{TOT}} = 3162,6 \text{ J}$$

POSSO CALCOLARE IL RENDIMENTO:

$$\eta = 1 - \frac{Q_{\text{CED}}}{Q_{\text{ASS}}} = 0,311 = 31,1\%$$

6

MONOATOMICO

$$S = 200 \text{ cm}^2$$

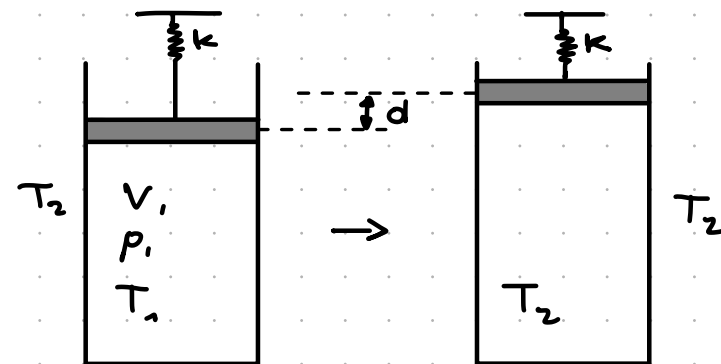
$$V_1 = 5 \text{ l} \quad T_1 = -40^\circ\text{C}, \quad p_1 = 1 \text{ atm} = p_0$$

NON ADIABATICO

$$T_2 = 27^\circ\text{C}, \quad d = 3 \text{ cm}$$

DETERMINA:

- p_2
- k
- ΔU
- ΔS



POSSO CALCOLARE IL VOLUME FINALE:

$$V_2 = V_1 + dS = 0,0056 \text{ m}^3, \quad V_1 = 0,005 \text{ m}^3$$

CERCO LE MOL

$$p_0 V_1 = n R T_1 \Rightarrow n = \frac{p_0 V_1}{R T_1} = 0,261 \text{ mol}$$

AVENDO V_2 TROVO SUBITO p_2 :

$$p_2 = \frac{nRT_2}{V_2}$$

$\Rightarrow$

$$p_2 = 116305,66 \text{ Pa} = 1,148 \text{ atm}$$

p_2 CORRISPONDE AD UNA FORZA ESERCITATA SU S PARI A:

$$F_2 = pS = 2326,13 \text{ N}$$

CHE PER IL 3° PRINCIPIO DELLA DINAMICA SARÀ UGUALE ED OPPOSTA ALLA FORZA ESERCITATA DALLA MOLLA

$$\Rightarrow |F_{\text{molla}}| = F_2 \Rightarrow F_2 = kx$$

$$\Rightarrow k = \frac{F_2}{x} = 77537,1 \text{ N/m}$$

DA CONTROLLARE

SI SCAMBIA CALORE E IN GENERALE SÌ!

$$dU = n c_v dT \quad \text{PER UN GAS IDEALE}$$

$$\Rightarrow \Delta U = n c_v \Delta T = 218,06 \text{ J}$$

PER UN CORPO CHE SCAMBIA, A TEMPERATURA T_2 , CALORE Q CON UNA
SORGENTE SO CHE VALE

$$p = \frac{nRT}{V}$$

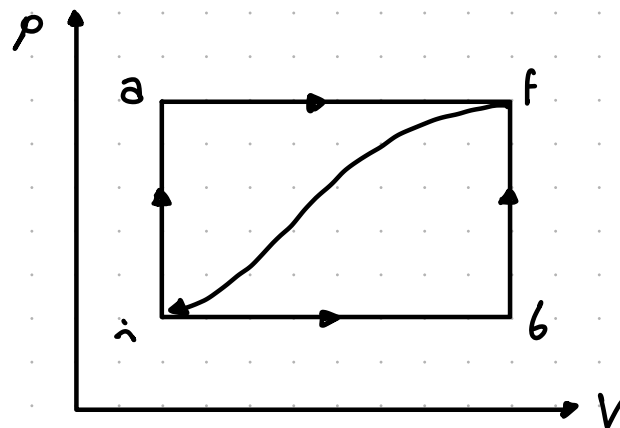
$$\Rightarrow W = nRT$$

NON SO,
DA RIVEDERE

7

$$\begin{cases} Q_1 = 50 \text{ cal} \\ W_1 = 20 \text{ cal} \end{cases} \quad (i \rightarrow a \rightarrow f)$$

$$\begin{cases} Q_2 = 36 \text{ cal} \\ W_2 = ? \end{cases} \quad (i \rightarrow b \rightarrow f)$$



$$V_f = V_b, \quad V_i = V_a, \quad P_i = P_b, \quad P_f = P_a$$

DETERMINARE:

- W_2
- LUNGO $f \rightarrow i$ $W_{fi} = -13 \text{ cal}$, $Q_{fi} = ?$
- $U_i = 10 \text{ cal}$, $U_f = ?$
- $U_b = 22 \text{ cal}$, Q_{ib} , $Q_{bf} = ?$

VEDO SUBITO

$$\Delta U_{iaf} = Q_1 - W_1 = 30 \text{ cal}$$

DOVRÀ PER DEFINIZIONE ESSERE
 (STATO)

$$\Delta U_{iaf} = \Delta U_{ibf} \quad (U \text{ FUNZIONE})$$

$$\Delta U_{ibf} = 30 \text{ cal} = Q_2 - W_2$$

$$\Rightarrow W_2 = Q_2 - \Delta U_{ibf}$$

$\Rightarrow$

$$W_2 = 6 \text{ cal}$$

ABBIAMO $W_{fi} = -13 \text{ cal}$ E VALE $\Delta U_{fi} = -30 \text{ cal} = -\Delta U_{if}$

$\Rightarrow \boxed{Q_{fi} = \Delta U_{fi} + W_{fi} = -43 \text{ cal}}$

$\rightarrow$ PERCORSO OPPOSTO IN VERSO

SAPENDO $\Delta U_{fi} = U_i - U_f \Rightarrow U_f = U_i - \Delta U_{fi}$

$\Rightarrow \boxed{U_f = 40 \text{ cal}}$

CONOSCO $U_b = 22 \text{ cal}$ E VEDO $W_{bf} = 0$ (ISOCORA)

$\Rightarrow \Delta U_{bf} = U_f - U_b = Q_{bf} - W_{bf} \Rightarrow \boxed{Q_{bf} = \Delta U_{bf} = 18 \text{ cal}}$

ORA SAPENDO $\begin{cases} W_{ibf} = 6 \text{ cal} = W_{ib} + W_{bf} \Rightarrow \boxed{W_{ib} = W_{ibf}} \\ Q_{ibf} = 36 \text{ cal} = Q_{ib} + Q_{bf} \Rightarrow \boxed{Q_{ib} = Q_{ibf} - Q_{bf} = 18 \text{ cal}} \end{cases}$

ESERCITAZIONE 11

1

$$T_A = 300 \text{ K}$$

$$T_B = 250 \text{ K}$$

$$W = 30 \text{ cal}$$

$$\Delta S_u = 0.02 \text{ cal/K}$$

DETERMINA :

- η
- ENERGIA INUTILIZZABILE
- CONFRONTO CON CARNOT

SO CHE HO DEI CICLI $\Rightarrow \Delta S_{\text{SIST}} = 0$, $\Delta U = 0$

DUNQUE

$$\Delta S_u = \Delta S_{\text{AMB}}$$

E

$$W = Q_A + Q_B \quad (\text{DUE SORGENTI})$$

$$\Delta S_{\text{AMB}} > 0 \Rightarrow \text{TRASFORMAZIONI IRREVERSIBILI}$$

UTILIZZO LA RELAZIONE PER S NELLO SCAMBIO DI CALORE Q TRA SORGENTI

$$\Delta S_A = -\frac{Q_A}{T_A} , \quad \Delta S_B = -\frac{Q_B}{T_B} \quad \Rightarrow \quad \Delta S_{\text{AMB}} = \Delta S_u = \Delta S_A + \Delta S_B$$

$$\Delta S_u = -\frac{Q_A}{T_A} - \frac{Q_B}{T_B}$$

VEDO

$$W = Q_A + Q_B \Rightarrow Q_B = W - Q_A$$

$$\Delta S_U = -\frac{Q_A}{T_A} - \frac{W}{T_B} + \frac{Q_A}{T_B} = Q_A \frac{T_A - T_B}{T_A T_B} - \frac{W}{T_B}$$

$$\Rightarrow Q_A = \frac{T_A T_B}{T_A - T_B} \left(\Delta S_U + \frac{W}{T_B} \right) = 210 \text{ cal}$$

È

$$Q_B = W - Q_A = -180 \text{ cal}$$

POSSO

CALCOLARE

IL

RENDIMENTO

$$\eta = \frac{W}{Q_{\text{ASS}}} = \frac{W}{Q_A} = \boxed{0,143 = 14,3\%}$$

L'ENERGIA

INUTILIZZABILE

È

$$\boxed{E_0 = T_B \Delta S_U = 5 \text{ cal}}$$

UNA MACCHINA
SCAMBIANDO

DI

Q_A

E

CARNOT

Q_B

CHE
HA

OPERA

TRA

T_A E T_B

$$\eta = 1 - \frac{T_3}{T_A} = 0,166 = 16,6\%$$

E PRODUCE LAVORO

$$\eta = \frac{W}{Q_{ASS}} \Rightarrow W = \eta Q_{ASS} = 35 \text{ cal}$$

2 BIATOMICO, CICLO (SENSO ORARIO) REVERSIBILE

$$V_0 = 0,9 \text{ l}$$

$$V_B = 1,6 \text{ l}$$

$$p_0 = 1,2 \text{ atm}$$

$$p_C = 0,5 \text{ atm}$$

DETERMINA:

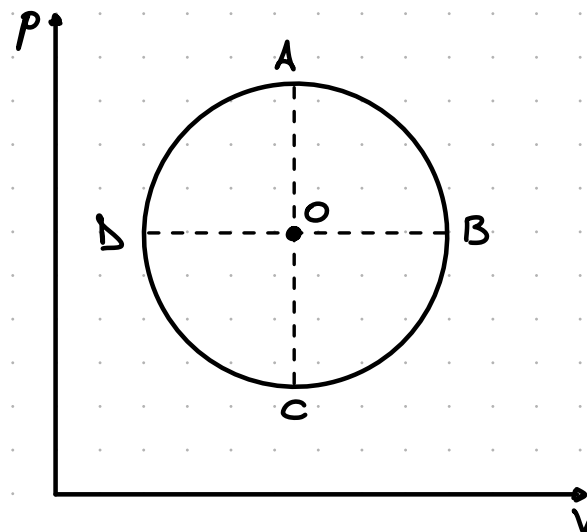
- ΔU_{AC}

- W

- Q_{ASS}

- η

- ΔS_{AMB} , ΔS_{AMB}^{AB} , ΔS_{SIST}^{AB}



LA PRIMA COSA COMODA CHE POSSO FARE È TROVARE TUTTE LE COORDINATE TERMODINAMICHE DEI PUNTI A, B, C, D. NOTA CHE PUOI USARE L'EQUAZIONE DI STATO ESSENDO UN CICLO REVERSIBILE E DUNQUE TUTTI I PUNTI SONO DI EQUILIBRIO.

$$V_0 = V_A = V_C$$

$$p_0 = p_A = p_B$$

NOTO CHE $V_v = V_B - V_0$ È IL RAGGIO DELLA CIRCONFERENZA E VALE

$$p^2 + V^2 = v^2 \Rightarrow p(V) = \sqrt{v^2 - V^2}$$

NOTO IL RAGGIO RITAVO

$$V_D = V_0 - r_v = V_0 - V_B + V_0 = 2V_0 - V_B = 0,2 \ell$$

MA VEDO CHE $r_p = p_0 - p_c$ È ANCH'ESSO IL RAGGIO, PER CUI

$$p_A = p_0 + r_p = p_0 + p_0 - p_c = 2p_0 - p_c = 1,9 \text{ atm}$$

QUINDI, ORA HO

$$A: 2p_0 - p_c; V_0$$

$$B: p_0; V_B$$

$$C: p_c; V_0$$

$$D: p_0; 2V_0 - V_B$$

ΔU_{AC} LA POSSO CALCOLARE LUNGO UNA QUALSIASI TRASFORMAZIONE
CHE COLLEGGHI A E C, ALLORA LI COLLEGO CON UN'ISOCORA
E QUINDI

$$W = 0 \quad Q = \Delta U = m c_v (T_2 - T_1)$$

DUNQUE

$$\Delta U_{AC} = m c_v (T_c - T_A) = m \frac{5}{2} R \left(\frac{p_c V_c}{m R} - \frac{p_A V_A}{m R} \right)$$

EQUAZIONE DI STATO
E $c_v = \frac{5}{2} R$

$$\Rightarrow \Delta U_{AC} = \frac{5}{2} (p_c V_c - p_A V_A) = \frac{5}{2} V_0 (p_c - p_A) = \frac{5}{2} V_0 (p_c - 2p_0 + p_c)$$

$$p_A = 2p_0 - p_c$$

$$\Rightarrow \Delta U_{AC} = 5V_0 (p_c - p_0) = -364.77 \text{ J}$$

PER IL LAVORO POTREI FARE L'INTEGRALE

$$W = \int p(V) dV = \int_{V_0}^{V_B} \sqrt{V^2 - V_0^2} dV$$

OPPURE CALCOLARE L'AREA DEL CICLO IN MODO GEOMETRICO

$$W = \pi r^2 = \pi (V_B - V_0)^2 = 1,54 \text{ l} \cdot \text{atm}$$

METTO LORO (MISCHIO p E V)
PER FAR TORNARE LA
DIMENSIONALITÀ PIÙ FACILMENTE

$$\Rightarrow W = 1,54 (10^{-3} \text{ m}^3) (101325 \text{ Pa})$$

$$W = 156,04 \text{ m}^3 \text{ Pa} = 156,04 \text{ m}^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 156,04 \text{ Nm}$$

$$\Rightarrow W = 156,04 \text{ J}$$

IN UN CICLO

$$\Delta U = 0$$

$\Rightarrow$

$$W = Q = 156,04 \text{ J}$$

IL RENDIMENTO

SARÀ

$$\eta = \frac{W}{Q_{\text{ASS}}}$$

,

DEVO

DUNQUE

CAPIRE

QUAL È

Q_{ASS} .

VEDO

$A \rightarrow B$:

ESPANSIONE $\Rightarrow W > 0$

VEDO

$$T_A = \frac{p_A V_A}{nR}$$

$$T_B = \frac{p_B V_B}{nR}$$

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{p_A V_A}{p_B V_B} = 0,89$$

$$\Rightarrow T_A = 0,89 T_B$$

LA TEMPERATURA AUMENTA

DUNQUE

$$\Delta U_{AB} = n C_V (T_B - T_A) > 0$$

$$\Rightarrow Q > 0$$

$B \rightarrow C$:

COMPRESSIONE $\Rightarrow W < 0$

VEDO

$$\frac{T_B}{T_C} = \frac{p_B V_B}{p_C V_C} = 2,4$$

LA T

DIMINUISCE

QUINDI

$$\Delta U_{BC} < 0$$

$\Rightarrow$

$$Q < 0$$

$C \rightarrow D$:

COMPRESSIONE $\Rightarrow W < 0$

VEDO

$$\frac{T_C}{T_D} = \frac{p_C V_C}{p_D V_D} = 1,875$$

LA T

DIMINUISCE

QUINDI

$$\Delta U_{CD} < 0$$

$\Rightarrow$

$$Q < 0$$

D → A : ESPANSIONE ⇒ W > 0

VEDO $\frac{T_D}{T_A} = \frac{p_0 V_D}{p_A V_A} = 0,14$ LA T AUMENTA

QUINDI $\Delta U_{DA} > 0$ ⇒ Q > 0

DUNQUE IL CALORE ASSORBITO È IN D → A → B. FACCIO I CONTI CON IL 1° PRINCIPIO DELLA TD E GEOMETRICAMENTE

$$Q_{\text{ASS}} = Q_{AD} + Q_{AB} = \Delta U_{AD} + L_{AD} + \Delta U_{AB} + L_{AB}$$

$$= L_{AD} + L_{AB} + \Delta U_{AD} + \Delta U_{AB}$$

$$= L_{DAB} + \Delta U_{DB}$$

= AREA SOTTESA + TRASFORMAZIONE QUALSIASI DA D A B (SCELGO ISOORA)

$$= \left(\frac{1}{2} L + p_0 (V_B - V_D) \right) + m c_v (T_B - T_D)$$

$$= \frac{L}{2} + p_0 (V_B - V_D) + m \frac{5}{2} R \left(\frac{p_B V_B}{m R} - \frac{p_D V_D}{m R} \right)$$

$$= \frac{L}{2} + p_0 (V_B - V_D) + \frac{5}{2} p_0 (V_B - V_D)$$

$$= 78,02 \text{ J} + 1,68 \text{ caltm} + 425,56 \text{ J}$$

$$\Rightarrow Q_{\text{ASS}} = 78,02 \text{ J} + 170,23 \text{ J} + 425,56 \text{ J} = \boxed{673,81 \text{ J}}$$

DUNQUE IL RENDIMENTO

$$\eta = \frac{W}{Q_{\text{ASS}}} = \boxed{0,231 = 23,1 \%}$$

SO CHE CON UN CICLO $\Delta S_{\text{SIST}} = 0$ E IN PARTICOLARE PER TRASFORMAZIONI REVERSIBILI $\Delta S_u = 0$, PER CUI $\Delta S_{\text{AMB}} = 0$ IN TUTTO IL CICLO.

L'ENTROPIA È UNA FUNZIONE DI STATO E POSSO CALCOLARE

$$\Delta S_{\text{SIST}}^{\text{AB}} = \Delta S_{\text{SIST}}^{\text{AO}} + \Delta S_{\text{SIST}}^{\text{OB}}$$

CHE È PIÙ SEMPLICE PERCHÉ AO = ISOCORA E OB = ISOBARA, PER CUI

$$\Delta S_{\text{SIST}}^{\text{AO}} = m c_v \ln\left(\frac{T_o}{T_A}\right)$$

$$\Delta S_{\text{SIST}}^{\text{OB}} = m c_p \ln\left(\frac{T_B}{T_o}\right)$$

I CONTI LI FACCIO PER UNITÀ DI MOLE

$$\Delta S_{\text{SIST}}^{\text{AO}} = \frac{5}{2} R \ln\left(\frac{P_o V_o}{P_A V_A}\right) = \frac{5}{2} R \ln\left(\frac{P_o}{P_A}\right) = -9,55 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{\text{SIST}}^{\text{OB}} = \frac{7}{2} R \ln\left(\frac{P_B V_B}{P_o V_o}\right) = \frac{7}{2} R \ln\left(\frac{V_B}{V_o}\right) = 16,74 \text{ J/K}$$

QUINDI

$$\Delta S_{\text{SIST}}^{\text{AB}} = \boxed{7,19 \text{ J/K}}$$

in AB so $Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} = m c_v (T_B - T_A) + \frac{1}{4} W$

$$\Rightarrow Q_{AB} = m \frac{5}{2} R \left(\frac{p_B V_B}{m R} - \frac{p_A V_A}{m R} \right) + \frac{W}{4}$$

$$= \frac{5}{2} (p_B V_B - p_A V_A) + \frac{W}{4}$$

$$= 53,195 \text{ J} + 39,01 \text{ J}$$

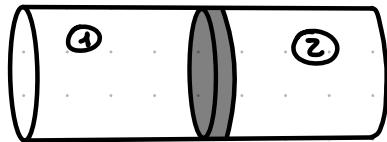
$$= 92,205 \text{ J}$$

IMMAGINANDO LA MACCHINA A CONTATTO CON ∞ SORGENTI A
 + VIA VIA CRESCENTI E SAPENDO $Q_{SIST} = - Q_{AMB}$ ALLORA

$$Q_{AMB} = - Q_{AB} \Rightarrow \Delta S_{AMB}^{AB} = \frac{Q_{AB}}{T}$$

NON SO

3



$n_1 = 1 \text{ mol}$ BIATOXICO

$T_1 = 300 \text{ K}$

2 : VUOTO

DETERMINA :



non ho capito il testo

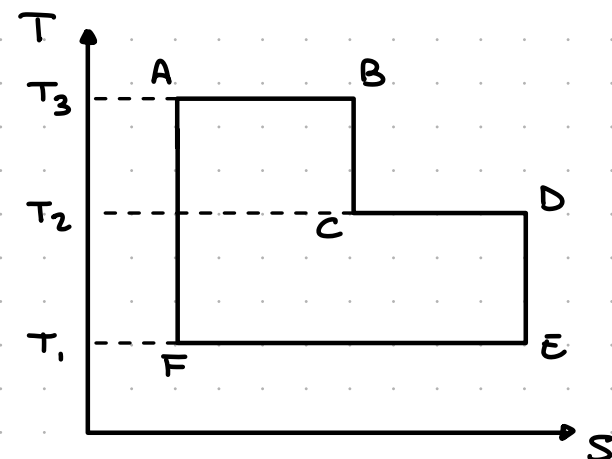
4 $m = 2 \text{ mol}$ BIATOMICO
 $\Delta S_{AB} = \Delta S_{CD} = 10 \text{ J/K}$
 $T_3 = \frac{3}{2} T_2 = 3 T_1$
 $T_3 = 600 \text{ K}$

DETERMINA: ● W E Q
 IN OGNI
 TRASFORMAZIONE

● η

● CICLO NEL
 PIANO pV

● RAPPORTO V_E/V_D



FACCIO I CONTI

$$T_1 = \frac{T_3}{3} = 200 \text{ K}$$

$$T_2 = \frac{2}{3} T_3 = 400 \text{ K}$$

VEDO DAL GRAFICO CHE BC È ISENTROPICA ($\Rightarrow$ ADIABATICA)

$$\Delta S_{BC} = 0$$

È COSÌ ANCHE AF, $\Delta S_{AF} = 0$.

GEOMETRICAMENTE POSSO VEDERE CHE

$$\Delta S_{EF} = -(\Delta S_{AB} + \Delta S_{CD}) = -2 \Delta S_{CD} = -20 \text{ J/K}$$

IL SEGNO - C'È PERCHÉ È UN ISOTERMA

$$\Delta S_{EF} = -nR \ln(p_F/p_E)$$

E HO $p_F > p_E$ VEDENDO IL GRAFICO pV (VEDI SOTTO)

VEDO GIÀ CHE $Q_{BC} = Q_{DE} = Q_{FA} = 0$ ESSENDO ADIABATICHE

E QUINDI DAL 1° PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

$$W_{BC} = -\Delta U_{BC} = -nC_V(T_2 - T_3) = 8316 \text{ J}$$

$$W_{DE} = -\Delta U_{DE} = -nC_V(T_1 - T_2) = 8316 \text{ J}$$

$$W_{FA} = -\Delta U_{FA} = -nC_V(T_3 - T_1) = -16632 \text{ J}$$

RICORDANDO CHE LUNGO AB, CD, EF, ISOTERME, $\Delta U = 0$ E
QUINDI $W = Q$ POSSO VERIFICARE

$$\Delta U_{ciclo} = \Delta U_{BC} + \Delta U_{DE} + \Delta U_{FA} = 0$$

PER LE ISOTERME HO

$$Q = W = nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$\Delta S = nR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$\Rightarrow Q = W = T \Delta S$$

QUINDI POSSO CALCOLARE

$$Q_{AB} = W_{AB} = T_3 \Delta S_{AB} = 6000 \text{ J}$$

$$Q_{CD} = W_{CD} = T_2 \Delta S_{CD} = 4000 \text{ J}$$

$$Q_{EF} = W_{EF} = T_1 \Delta S_{EF} = -4000 \text{ J}$$

IL CALORE ASSORBITO È DUNQUE
E QUELLO CEDUTO È $Q_{CED} = Q_{EF}$.

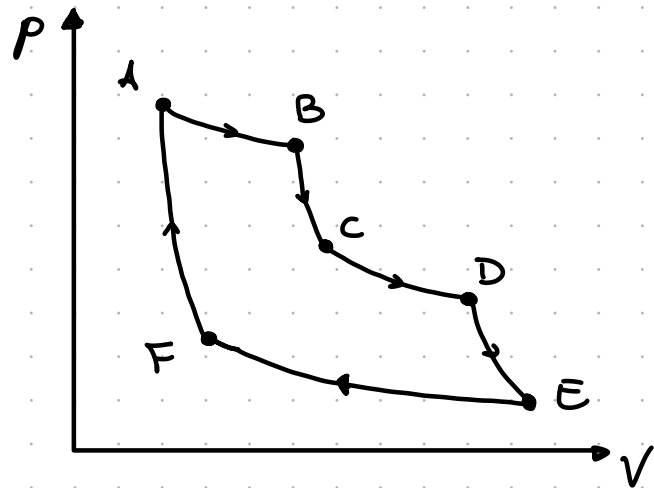
$$Q_{ASS} = Q_{AB} + Q_{CD} = 10000 \text{ J}$$

DUNQUE IL RENDIMENTO È

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{EF}|}{Q_{ASS}} = 0,6 = 60\%$$

NOTA POSSIBILE PERCHÉ $\eta_{CARNOT} = 0,66$ TRA T_1 E T_3

IL CICLO NEL PIANO pV È :



AB, CD, EF ISOTERME
BC, DE, FA ADIABATICHE

POSSO SFRUTTARE LE ESPRESSIONI DELLE ADIABATICHE PER TROVARE LE COORDINATE TERMODINAMICHE CHE MI SERVONO

$$T_2 V_D^{\gamma-1} = T_1 V_E^{\gamma-1}, \quad \gamma - 1 = \frac{7}{5} - 1 = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{V_E}{V_D} \right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{V_E}{V_D} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$\Rightarrow \frac{V_E}{V_D} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{5/2} = 5,657$$

5

REVERSIBILE

4

SORGENTI

$T_1 = 500 \text{ K}$

$Q_1 = 5000 \text{ J}$

$T_4 = 280 \text{ K}$

$Q_4 = -1400 \text{ J}$

$T_2 = 400 \text{ K}$

Q_2

$T_3 = 300 \text{ K}$

$Q_3 = -Q_2$

DETERMINA : • η

PER UNA MACCHINA POSSO USARE IL TEOREMA DI CLAUSIUS

$$\oint \frac{Q_i}{T_i} = 0 \Rightarrow \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} + \frac{Q_4}{T_4} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_2}{T_3} + \frac{Q_4}{T_4} = 0 \Rightarrow Q_2 \frac{T_3 - T_2}{T_2 T_3} = - \left(\frac{Q_4}{T_4} + \frac{Q_1}{T_1} \right)$$

$$\Rightarrow Q_2 = - \frac{T_2 T_3}{T_3 - T_2} \left(\frac{Q_4}{T_4} + \frac{Q_1}{T_1} \right) = 6000 \text{ J}$$

IL RENDIMENTO È $\eta = 1 - \frac{|Q_{CED}|}{Q_{ASS}}$ E HO $Q_{ASS} = Q_1 + Q_2$ E

$$Q_{CED} = Q_3 + Q_4$$

DUNQUE

$$\eta = 1 - \frac{|Q_3| + |Q_4|}{Q_1 + Q_2} = 0,327 = 32,7\%$$

6

 $m = 100 \text{ g}$, ISOBARA REVERSIBILEDETERMINA : ΔS

$T_1 = 300 \quad T_2 = 1300 \text{ K}$

$$c_p(T) = a + bT \quad a = 0,5 \frac{\text{cal}}{\text{gK}} \\ b = 1,2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{cal}}{\text{gK}^2}$$

PER DEFINIZIONE

$$c_p = \frac{1}{m} \frac{dQ}{dT} \Rightarrow dQ = m c_p dT$$

L'ENTROPIA SARÀ

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} = m \int \frac{c_p}{T} dT = m \int_{T_1}^{T_2} \frac{a + bT}{T} dT \\ = m \int_{T_1}^{T_2} \left(\frac{a}{T} + b \right) dT$$

$$\Rightarrow \Delta S = m \left[a \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + b (T_2 - T_1) \right]$$

$$\Rightarrow \Delta S = 357,136 \text{ J/K}$$

7

$n = 1 \text{ mol}$ GAS REALE

$$T = \text{cost} = 305 \text{ K}$$

$$V_1 = 0,6 \text{ l} \quad V_2 = 0,7 \text{ l}$$

$$U(T, V) = c_v T - \frac{a}{V} + \text{cost} \quad , \quad a = 3,5 \cdot 10^{-1} \frac{\text{Pa m}^6}{\text{mol}^2}$$

$$b = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{mol}$$

DETERMINA: • W , ΔS

Per un GAS SO (DAL SUGGERIMENTO)

$$U(T, V) = c_v T - \frac{a}{V} + \text{cost}$$

$$S = n c_v \ln T + n R \ln (V - b) + \text{cost}$$

CALCOLO

$$\Delta U = c_v T - \frac{a}{V_2} + \text{cost} - c_v T + \frac{a}{V_1} - \text{cost} = a \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta U = 200 \frac{\text{Pa m}^3}{\text{mol}^2} = 200 \frac{\text{mol} \cdot \text{J}/(\text{mol K}) \cdot \text{K}}{\text{mol}^2} = 200 \text{ J}$$

$$\Delta S = n c_v \ln T + n R \ln (V_2 - b) + \text{cost} - n c_v \ln T - n R \ln (V_1 - b) - \text{cost}$$

$$= n R \ln (V_2 - b) - n R \ln (V_1 - b)$$

$$\Rightarrow \Delta S = nR \ln \left(\frac{V_2 - b}{V_1 - b} \right) = 3,371 \text{ J/K}$$

SCAMBIO DI CALORE CON UNA SORGENTE A TEMPERATURA T

$$\Delta S = \frac{Q}{T} \Rightarrow \boxed{Q = T \Delta S = 1028,15 \text{ J}}$$

E POSSO TROVARE CON IL 1° PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

$$\boxed{W = Q - \Delta U = 828,15 \text{ J}}$$

8

$$m_1 = 0,1 \text{ kg}$$

$$T_1 = 580 \text{ K}$$

$$m_2 = 0,2 \text{ kg}$$

$$T_2 = 300 \text{ K}$$

$$m_3 = 0,5 \text{ kg}$$

$$T_3 = 300 \text{ K}$$

$$c_1 = 896 \text{ J/kg K}$$

$$c_2 = 630,4 \text{ J/kg K}$$

$$c_3 = 4187 \text{ J/kg K}$$

DETERMINA :

- $T_{\text{EQUILIBRIO}}$
- ΔS_u

L'ALLUMINIO SCAMBIA

IL RECIPIENTE

E L'ACQUA

$$Q_1 = m_1 c_1 (T_E - T_1)$$

$$Q_2 = m_2 c_2 (T_E - T_2)$$

$$Q_3 = m_3 c_3 (T_E - T_3)$$

IN GENERALE
PER CIASCUNO

LO SCAMBIO È $dQ = mc dT$

E L'ENTROPIA SARÀ

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} = mc \int_A^B \frac{dT}{T} = mc \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right)$$

NON CI SONO SCAMBI CON L'AMBIENTE $\Rightarrow Q_{\text{EXT}} = 0 \Rightarrow \Delta S_{\text{AMB}} = 0$

DUNQUE AVRO' $\Delta S_u = \Delta S_{\text{SIST.}}$

POSSO FARE I CONTI.
IL CALORE CEDUTO DA UN CORPO DEV'ESSERE L'OPPOSTO DI QUELLO ASSORBITO DAGLI ALTRI.

$T_1 > T_2, T_3 \Rightarrow$ IL BLOCCO $\approx$ ALLUMINIO CEDE CALORE AL RECIPIENTE
E ALL'ACQUA E AVRÀ $T_2, T_3 < T_E < T_1$

DUNQUE

$$Q_1 = -(Q_2 + Q_3)$$

$$m_1 c_1 (T_E - T_1) = m_2 c_2 (T_2 - T_E) + m_3 c_3 (T_3 - T_E)$$

$$T_E (m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3) = m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2 + m_3 c_3 T_3$$

$$\Rightarrow T_E = \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2 + m_3 c_3 T_3}{m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3} = 310,9 \text{ K}$$

POSSO CALCOLARE L'ENTROPIA

$$\begin{aligned} \Delta S_0 &= \Delta S_{\text{SIST}} = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 \\ &= m_1 c_1 \ln\left(\frac{T_E}{T_1}\right) + m_2 c_2 \ln\left(\frac{T_E}{T_2}\right) + m_3 c_3 \ln\left(\frac{T_E}{T_3}\right) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \Delta S_0 = 23,08 \text{ J/K}$$

ESERCITAZIONE 12

1

2

CARNOT FRIGORIFERA

$$T_2, T_1 > T_2$$

DETERMINA :

- $T_2(T_1, P, \beta)$

P , Q_2 ASSORBITO

$|Q_1|$ CEDUTO

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \beta (T_1 - T_2) \quad , \quad \beta = \kappa \frac{A}{\Delta x}$$

- $T_1 = 30^\circ\text{C}$, $T_2 = 20^\circ\text{C}$
 $\epsilon \rightarrow 30\%$
 $T_{1\text{max}}$

- $T_2 = 20^\circ\text{C}$ $T_{1\text{min}}$

SO P ASSORBITA DALLA RETE ELETTRICA :

$$P = \frac{|W|}{\Delta t}$$

E PER I CALORI VARIA

$$Q_2 = \frac{\Delta Q_{\text{ASS}}}{\Delta t}$$

$$Q_1 = \frac{\Delta Q_{\text{CED}}}{\Delta t}$$

POICHÉ Q_1 E Q_2 SONO I CALORI ASSORBITI E CEDUTI AL SECONDO,

$$\text{SO} \quad \xi = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{\Delta Q_{\text{ASS}}}{|W|}$$

VEDO DUNQUE CHE

$$\frac{\Delta Q_{\text{ASS}}}{|W|} = \frac{\Delta Q_{\text{ASS}}}{\Delta t} \frac{\Delta t}{|W|} = \frac{Q_2}{P}$$

COSÌ HO

$$\frac{Q_2}{P} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

USO LA LEGGE DI FOURIER DELLA CONDUZIONE , CHE MI DICE QUANTO CALORE PASSA DA T_1 A $T_2 < T_1$ ATTRAVERSO LE PARETI , QUINDI

PU DICE

$$\frac{\Delta Q_{\text{ASS}}}{\Delta t} = B(T_1 - T_2)$$

SOSTITUENDO $Q_2 = \frac{\Delta Q_{\text{ASS}}}{\Delta t}$ TROVO

$$\frac{B(T_1 - T_2)}{P} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \Rightarrow B(T_1 - T_2)^2 = P T_2$$

$$\Rightarrow B(T_1^2 + T_2^2 - 2T_1 T_2) - P T_2 = 0$$

$$\Rightarrow B T_2^2 - (2B T_1 + P) T_2 + B T_1^2 = 0$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{2B T_1 + P \pm \sqrt{(2B T_1 + P)^2 - 4B^2 T_1^2}}{2B}$$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 + \frac{P}{2B} \pm \frac{1}{2B} \sqrt{P^2 + 4B T_1 P}$$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 + \frac{P}{2B} \pm \sqrt{\frac{P^2}{4B^2} + \frac{P T_1}{B}}$$

SAPENDO CHE $T_2 < T_1$ HO (IL -)

$$T_2 = T_1 + \frac{P}{2B} - \sqrt{\frac{P^2}{4B^2} + \frac{PT_1}{B}}$$

ORA PER TROVARE $T_{1\text{MAX}}$ HO $\Delta t' = 0,3 \Delta t$, PER CUI

$$P = \frac{|W|}{\Delta t'} = \frac{|W|}{0,3 \Delta t} \Rightarrow \frac{|W|}{\Delta t} = 0,3 P$$

QUINDI ORA HO LA RELAZIONE

$$\epsilon = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{\Delta Q_{\text{ASS}}}{|W|} = \frac{\Delta Q_{\text{ASS}}}{\Delta t} \frac{\Delta t}{|W|} = \frac{B(T_1 - T_2)}{0,3 P}$$

$$\Rightarrow P = \frac{B(T_1 - T_2)^2}{0,3 T_2}$$

VOGLIAMO TROVARE $T_{1\text{MAX}}$ AFFINCHÈ USIAMO IL 100% di P , QUINDI POSSIAMO SCRIVERE

$$\frac{T_2}{T_{1\text{MAX}} - T_2} = \frac{B(T_{1\text{MAX}} - T_2)}{P} \Rightarrow \frac{T_2}{T_{1\text{MAX}} - T_2} = \frac{B(T_{1\text{MAX}} - T_2)}{B(T_1 - T_2)^2} 0,3 T_2$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_{1\text{MAX}} - T_2} = \frac{0,3 T_2 (T_{1\text{MAX}} - T_2)}{(T_1 - T_2)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{(T_1 - T_2)^2}{0,3} = (T_1^{\text{MAX}} - T_2)^2 \Rightarrow T_1^{\text{MAX}} = \sqrt{\frac{(T_1 - T_2)^2}{0,3}} + T_2 = 38,26^\circ\text{C}$$

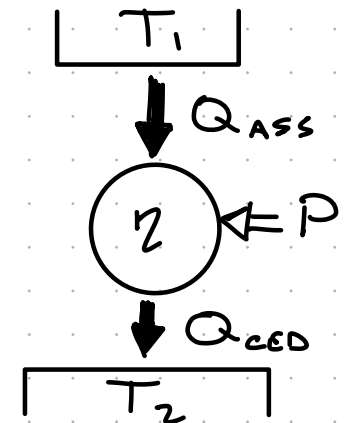
ORA INVERTIAMO IL FUNZIONAMENTO E LAVORIAMO COME POMPA DI CALORE. ABBIAMO QUINDI

$$Q_2 = \frac{\Delta Q_{\text{CED}}}{\Delta t}$$

$$Q_1 = \frac{\Delta Q_{\text{ASS}}}{\Delta t}$$

FOURIER VA DA $T_2 \rightarrow T_1$ QUINDI AVREMO UNA DISPERSIONE

$$Q_2 = \frac{\Delta Q_{\text{CED}}}{\Delta t} = B(T_2 - T_1)$$



E VARrà $T_2 > T_1$. SO PERò CHE VALE PER UNA MACCHINA CICLICA ($\Delta U = 0$) E IN UNITà DI TEMPO

$$Q_{\text{TOT}} = W$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} Q_1 &> 0 \\ W &< 0 \\ Q_2 &< 0 \end{aligned}$$

$$Q_1 - |Q_2| = -P \Rightarrow Q_1 - |Q_2| < 0$$

$$\Rightarrow |Q_2| > Q_1$$

Posso usare il teorema di Carnot

$$\sum \frac{Q_i}{T_i} = 0 \Rightarrow \frac{Q_1}{T_1} - \frac{|Q_2|}{T_2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{Q_1}{T_1} = \frac{|Q_2|}{T_2}$$

vedo da sopra $Q_1 = |Q_2| - P$

$$\Rightarrow \frac{|Q_2| - P}{T_1} = \frac{|Q_2|}{T_2} \Rightarrow |Q_2| \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) = \frac{P}{T_1}$$

$$\Rightarrow |Q_2| = \frac{PT_2}{T_2 - T_1}$$

sempre

con

$$Q_2 = \frac{\Delta Q_{ced}}{\Delta t} = B(T_2 - T_1)$$

$$\Rightarrow B(T_2 - T_1)^2 = PT_2$$

$$\Rightarrow T_2 - T_1 = \sqrt{\frac{PT_2}{B}}$$

$$\Rightarrow T_1 = T_2 - \sqrt{\frac{PT_2}{B}}$$

Però
stessa

si

del

suppone
caso

che
estivo

la

potenza
per cui

assorbita
abbiamo

sia la

$$P = \frac{B(T_1^E - T_2^E)^2}{0,3T_2^E}$$

con

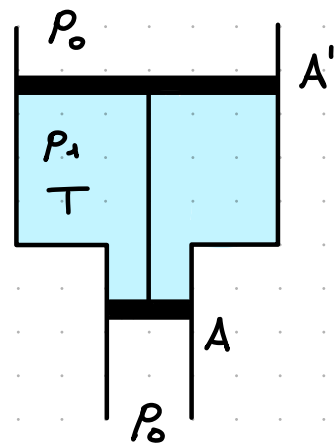
$$T_1^E = 30^\circ\text{C}$$

$$T_2^E = 20^\circ\text{C}$$

PER CUI ARRIVIAMO A

$$T_{1, \min} = T_2 - \sqrt{\frac{(T_1^E - T_2^E)^2 T_2}{0,3 T_2^E}} = 1,74^{\circ}\text{C}$$

4



$$n = 1 \text{ mol}$$

$$\Delta A = 10 \text{ cm}^2$$

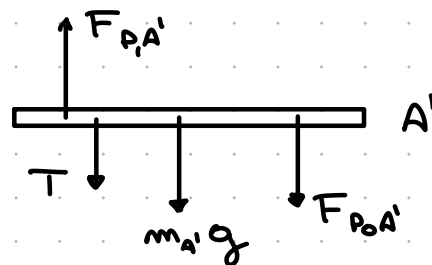
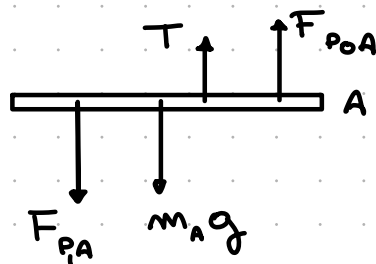
$$m = 5 \text{ kg}$$

$$p_0 = 1 \text{ atm}$$

DETERMINA :

- p_1
- $\ell = 10 \text{ cm}$
- T_1 con $\Delta S = 0,1 \text{ J/K}$

MI SERVIRANNO LE SEZIONI A E A'. SU CIASCUN PISTONE HO



(FORZE NEL DISEGNO APPLICATE A CASO)

(T REAZIONE SBARZETTA)

SO CHE IL SISTEMA È IN EQUILIBRIO, PER CUI (METTENDO L'ASSE $\hat{y}$ VERSO L'ALTO) HO

$$A: \begin{cases} T + F_{P0A} - F_{PA} - m_A g = 0 \end{cases}$$

$$A': \begin{cases} F_{PA'} - T - m_{A'} g - F_{P0A'} = 0 \end{cases}$$

NOTA O DIRETTAMENTE CONSIDERANDO IL SISTEMA NEL SUO INSIEME

$$F_{P0A} - F_{PA} - m_A g + F_{PA'} - m_{A'} g - F_{P0A'} = 0$$

CHE È QUELLO CHE OTTENGO SOMMANDO LE DUE RIGHE
DEL SISTEMA.

$$\Rightarrow F_{p_0A} - F_{p_1A} - (m_A + m_{A'})g + F_{p_1A'} - F_{p_0A'} = 0$$

PER DEFINIZIONE VALE $F_p = pS$

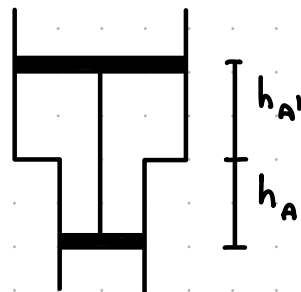
$$\Rightarrow p_0A - p_1A - mg + p_1A' - p_0A' = 0$$

HO USATO $m = m_A + m_{A'}$ E MI SERVE $\Delta A = A' - A$

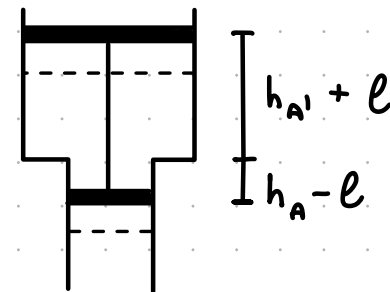
$$\Rightarrow p_1\Delta A - p_0\Delta A - mg = 0$$

$$\Rightarrow p_1 = p_0 + \frac{mg}{\Delta A} = 150375 \text{ Pa} = 1,48 \text{ atm}$$

ORA VOGLIO SPOSTARE I PISTONI DI UN TRATTO l . SUPPONGO CHE
IL VOLUME AUMENTI E QUINDI CHE IL SISTEMA SI ALZI.
INIZIALMENTE HO



SUCCESSIVAMENTE



SCALDO IL GAS, HA MANTENGO p_1 COSTANTE. DALLE EQUAZIONI
PER LE ISOBARE VERO

$$Q = m c_p (T_2 - T_1) \quad \text{SE } Q > 0 \Rightarrow \Delta T > 0$$

$$\Rightarrow W = m R (T_2 - T_1) > 0 \quad \Rightarrow W = p_1 (V_2 - V_1) > 0 \quad \Rightarrow \Delta V > 0$$

PER CUI IL VOLUME AUMENTA (IL DISEGNO È CORRETTO),
AVENDO STATI DI EQUILIBRIO USO L'EQUAZIONE DI STATO

$$\begin{cases} p_1 V_1 = m R T_1 \\ p_1 V_2 = m R T_2 \end{cases} \Rightarrow p_1 (V_2 - V_1) = m R (T_2 - T_1)$$

$$\text{HO } V_1 = A h_A + A' h_{A'} \quad , \quad V_2 = A (h_A - \ell) + A' (h_{A'} + \ell)$$
$$\Rightarrow V_2 - V_1 = (A' - A) \ell = \ell \Delta A$$

DUNQUE

$$p_1 \ell \Delta A = m R (T_2 - T_1)$$

$$\text{HO APPUNTO } Q = m c_p (T_2 - T_1) \Rightarrow \frac{p_1 \ell \Delta A c_p}{R} = m c_p (T_2 - T_1) \equiv Q$$

$$\Rightarrow \boxed{Q = \frac{p_1 \ell c_p \Delta A}{R} = 37,6 \text{ J}} \quad \Rightarrow \boxed{\Delta T = \frac{Q}{m c_p} = 1,81 \text{ K}}$$

MI POSSO ANCHE RICAVALRE LA TEMPERATURA T_1 CON $\Delta S = 0,1 \text{ J/K}$

POICHÉ SO CHE PER UN'ISOBARA

$$\Delta S = m c_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

AVENDO IL CALORE VERO $T_2 = T_1 + \frac{Q}{m c_p}$

$$\Rightarrow \Delta S = m c_p \ln\left(1 + \frac{Q}{m c_p T_1}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta S}{m c_p} = \ln\left(1 + \frac{Q}{m c_p T_1}\right) \Rightarrow \frac{Q}{m c_p T_1} = e^{\frac{\Delta S}{m c_p}} - 1$$

$$\Rightarrow T_1 = \frac{Q}{m c_p (e^{\frac{\Delta S}{m c_p}} - 1)} = 375,096 \text{ K}$$

TROVO ANCHE $T_2 = \Delta T + T_1 = 376,91 \text{ K}$



