Esercizi

Onde Fluidi Termodinamica

ESERCIZI a.a. 2023-2024

NUMERAZIONE E SOLUZIONI FANNO RIFERIMENTO AL MATERIALE FORNITO DALLA PROFESSORESSA DE MORI.

ARGOMENTI ESERCITAZIONI

# 1 - 4	ONDE
# 5 - 8	FLUIDI
# 9 - 12	TERMODINAMICA

ESERCIZI CHE HO LASCIATO:

NELLE ESERCITAZIONI VECCHIE

ES 8 ESERCITAZIONE 7

NELLE ESERCITAZIONI NUOVE

ES. 8 ESERCITAZIONE 4

ES. 5, 6, ESERCITAZIONE 6
(SONO 4 ESERCIZI DI PROVE D'ESAME SENZA SOLUZIONE)

ES. 2 ESERCITAZIONE 7 (PUNTO d)

ES. 8 ESERCITAZIONE 7

ES. 2 ESERCITAZIONE 8 (PUNTO b)

ES. 7 ESERCITAZIONE 8

ES 9 ESERCITAZIONE 8 (PUNTO c, d)

ES 1 ESERCITAZIONE 9 (PUNTO d DA CONTROLLARE)

ES 2 ESERCITAZIONE 9 (DA CONTROLLARE)

ES 5 ESERCITAZIONE 9 (b, c, d)

ES 9.7c IN PIÙ (DA CONTROLLARE)

ES 2 ESERCITAZIONE 10 (NUMERI)

ES 3 ESERCITAZIONE 10 (DOMANDA IN FONDO)

ES 6 ESERCITAZIONE 10 (PUNTO b, d)

ES 2 ESERCITAZIONE 11 (PUNTO e)

ES 3 ESERCITAZIONE 11 (NON HO CAPITO IL TESTO)

ES 7 ESERCITAZIONE 11 (DA CONTROLLARE)

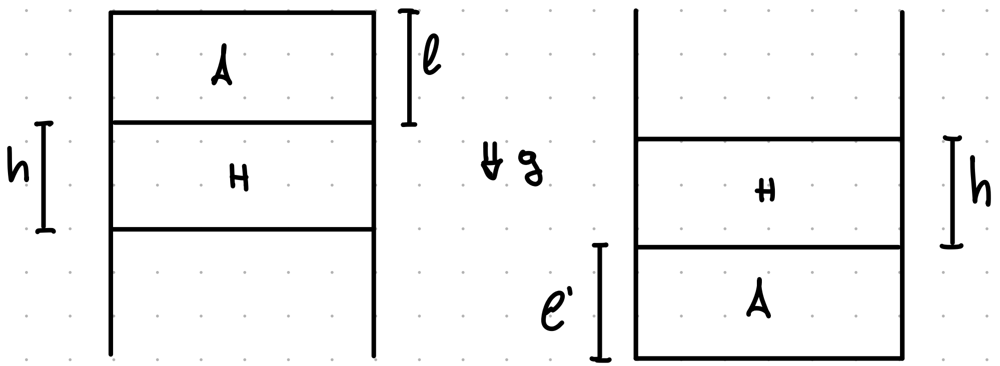
ES 1,3,5,6 ESERCITAZIONE 12
(SONO 4 ESERCIZI DI PROVE D'ESAME SENZA SOLUZIONE)

ES 11.9C ESERCIZI IN PIÙ, DA CONTROLLARE
ES 10.8C ESERCIZI IN PIÙ, DA CONTROLLARE

ES ● ESERCITAZIONE ●

ESERCITAZIONE 5

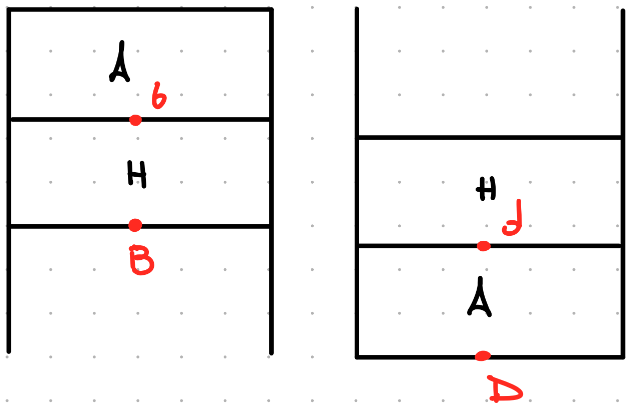
1



DETERMINA : • p_{ATM}

ARIA = FLUIDO IDEALE , $T° = \text{cost}$

MI SERVONO LE PRESSIONI IN A (ESERCITATA O SUBITA). USO STEVINO:



$$\begin{cases} p_B = p_b + \rho_H g h \\ p_d = p_{ATM} + \rho_H g h \end{cases} \underset{(p_B \equiv p_{ATM})}{\Rightarrow} p_b = p_{ATM} - \rho_H g h$$

UTILIZZO L'APPROSSIMAZIONE CHE L'ARIA È ISOTERMA:

$$p_b V_b = p_d V_d \Rightarrow (p_{ATM} - \rho_H g h) S l = (p_{ATM} + \rho_H g h) S l'$$

$$\Rightarrow p_{ATM}(Sl - Sl') = \rho_H g h (Sl + Sl') \Rightarrow \boxed{p_{ATM} = \rho_H g h \frac{l + l'}{l - l'}}$$

2

$S = 3\ cm^2$

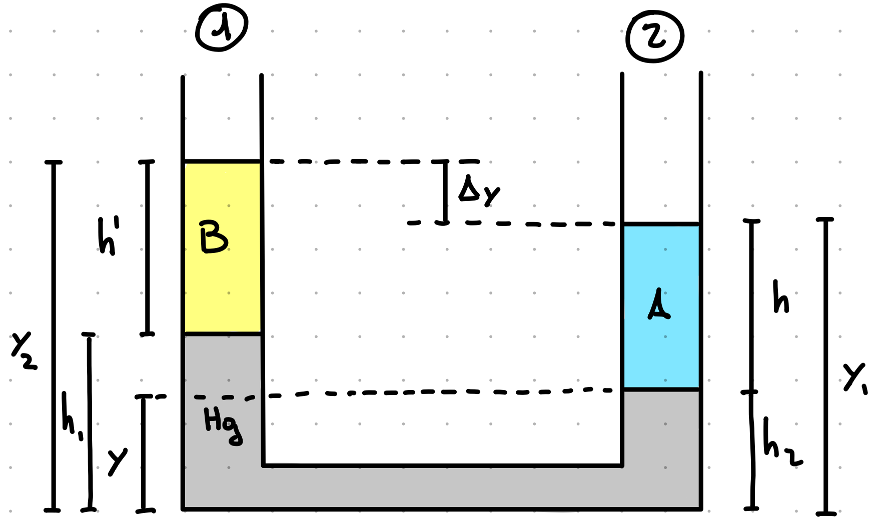
$V' = 4\ cm^3$

$V_{Hg} = 40\ cm^3$

$\rho_{Hg} = 13.9\ g/cm^3$

$V_A = 60\ cm^3$ $\qquad V_B = 120\ cm^3$

$\rho_A = 1\ g/cm^3$ $\qquad \rho_B = 0.9\ g/cm^3$



h e h' LE POSSO TROVARE IMMEDIATAMENTE :

$$V = Sh \Rightarrow \begin{cases} h = V_A/S = 20\ cm \\ h' = V_B/S = 40\ cm \end{cases}$$

POSSO USARE STEVINO AD UNA CERTA y, SCELGO $y=0$ $(p_0 \equiv p_{ATM})$:

$$\begin{cases} p_1 = p_0 + \rho_B g h' + \rho_{Hg} g (y_2 - h') \\ p_2 = p_0 + \rho_A g h + \rho_{Hg} g (y_1 - h) \end{cases}$$

$$p_1 = p_2 \Rightarrow p_0 + \rho_B g h' + \rho_{Hg} g (y_2 - h') = p_0 + \rho_A g h + \rho_{Hg} g (y_1 - h)$$

$$\Rightarrow \rho_{Hg} g (y_2 - y_1) = g(\rho_A h - \rho_B h') + \rho_{Hg} g (h' - h)$$

$$\Rightarrow \Delta y = h' - h + \frac{\rho_A h - \rho_B h'}{\rho_{Hg}} = \boxed{18.85\ cm}$$

POSSO A QUESTO PUNTO CERCARE LE ALTEZZE DELLE COLONNE DI Hg.

$$V_{Hg} - V' = S h = S(h_1 + h_2) \Rightarrow h_1 + h_2 = \frac{V_{Hg} - V'}{S} = 12\ cm$$

CONOSCO LE ESPRESSIONI PER LE ALTEZZE:

$$\begin{cases} y_1 = h + h_2 \\ y_2 = h' + h_1 \\ h_1 + h_2 = h_T = 12\ cm \\ y_2 - y_1 = \Delta y = 18.85\ cm \end{cases} \qquad \begin{cases} y_1 = h + h_2 \\ \Delta y + y_1 = h' + h_T - h_2 \Rightarrow \Delta y + h + h_2 = h' + h_T - h_2 \\ h_1 = h - h_2 \\ y_2 = \Delta y + y_1 \end{cases}$$

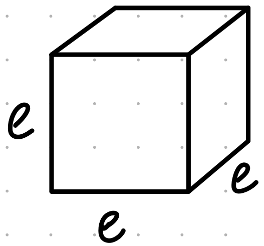
$$\Rightarrow 2h_2 = h' + h_T - h - \Delta y \Rightarrow h_2 = \frac{h' + h_T - h - \Delta y}{2} = 6.575\ cm$$

$$\begin{cases} y_1 = h + h_2 = 26.575\ cm \\ y_2 = h' + h_1 = 45.425\ cm \\ h_1 = h_T - h_2 = 5.425\ cm \\ \Delta y = y_2 - y_1 = 18.85\ cm \end{cases}$$

QUINDI

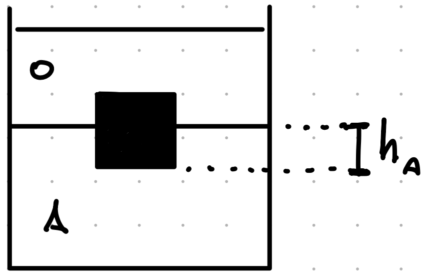
$$\boxed{\begin{array}{l} y_1 = 26.575\ cm \\ y_2 = 45.425\ cm \\ \Delta h = h_1 - h_2 = 1.15\ cm \end{array}}$$

3



ρ_c = cost
m.
$\ell = 20$ cm

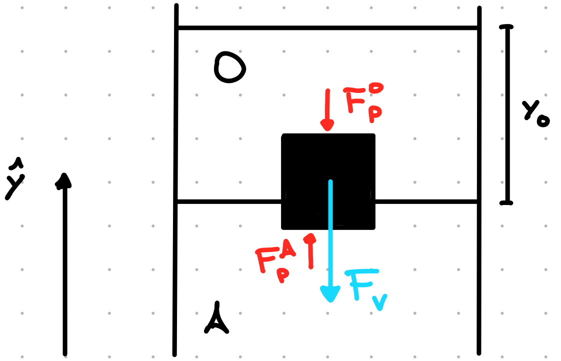
ρ_A
$\rho_o = 0.8\,\rho_A$
$h_A = 5$ cm



DETERMINA: • LA MASSA E DENSITÀ DEL CUBO

5 cm IN ACQUA VUOL DIRE $h_o = 15$ cm IN OLIO.

Posso sfruttare il fatto di essere in una condizione di equilibrio $\Rightarrow \sum F_i = 0$:



$$\vec{F}_v = -mg\,\hat{y} = -\rho_c V_c g\,\hat{y} = -\rho_c \ell^3 g\,\hat{y}$$
$$\vec{F}_p^{\,o} = -\ell^2\left(p_o + \rho_o g (y_o - h_o)\right)$$
$$\vec{F}_p^{\,A} = \ell^2\left(p_o + \rho_o g y_o + \rho_A g h_A\right)$$

$$\Rightarrow \ell^2(p_o + \rho_o g y_o + \rho_A g h_A) - \ell^2(p_o + \rho_o g (y_o - h_o)) - \rho_c \ell^3 g = 0$$

$$\Rightarrow p_o + \rho_o g y_o + \rho_A g h_A - p_o - \rho_o g y_o + \rho_o g h_o - \rho_c \ell g = 0$$

$$\Rightarrow \rho_c \ell g = \rho_A g h_A + \rho_o g h_o \Rightarrow \boxed{\rho_c = \frac{\rho_A h_A + \rho_o h_o}{\ell}}$$

LA MASSA SARÀ:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = V\rho_c \Rightarrow \boxed{m = \ell^2(\rho_A h_A + \rho_o h_o)}$$

4

$V = 1\,\ell$

$\Delta p = 0.66$ atm

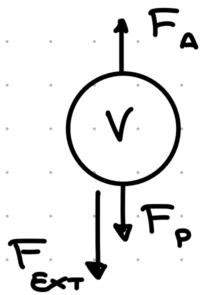
He A $p_V = p_{ATM}$

$\rho_0 = 1.293\ kg/m^3$

$\rho_{He} = 0.17\ kg/m^3$

DETERMINA:
- F CON CUI SI DEVE TENERE
- h CHE ESPLODE

PER TROVARE LA FORZA PER TRATTENERLO USO L'EQUILIBRIO DELLE FORZE (RISULTANTE = FORZA DI ARCHIMEDE - FORZA PESO):



$$0 = F_A - F_P - F_{EXT} \Rightarrow F_{EXT} = \rho_0 V g - mg$$

$$\Rightarrow F_{EXT} = \rho_0 V g - \rho_{He} V g = Vg(\rho_0 - \rho_{He}) = \boxed{0{,}0110\,N}$$

SO CHE $p_{ATMOSFERA} = p(z) = p_0\, e^{-\frac{g\rho_0}{p_0} z}$

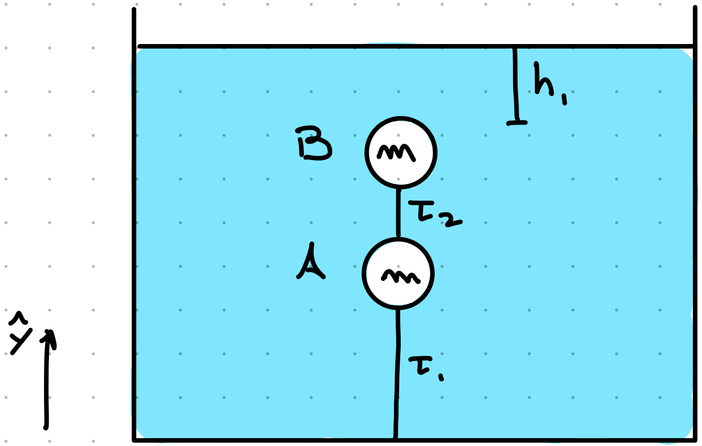
E CHE V PUÒ SOPPORTARE $\Delta p = 0.66$ ATM

DUNQUE $\Delta p = p_0 - p(z) \Rightarrow p(z) = p_0 - \Delta p = 0.34$ atm

$p_0 = 101325$ Pa

$$\Rightarrow p(z) = p_0 \exp\left(-\frac{g\rho_0}{p_0} z\right) \Rightarrow -\frac{g\rho_0}{p_0} z = \ln\left(\frac{p(z)}{p_0}\right) \Rightarrow z = -\frac{p_0}{g\rho_0} \ln\left(\frac{p(z)}{p_0}\right) = \boxed{8{,}62\,km}$$

5 ACQUA



$m = 3\ kg$

$\rho = \frac{1}{3}\rho_A$

$h_1 = 2\ m$

DETERMINA:

- LE TENSIONI T_1, T_2
- SE TRA A E B SI TAGLIA LA CORDA CON CHE VELOCITÀ ARRIVA SU, QUAL È IL VOLUME EMERSO?
- W_{min} RIPORTARLA A h_1

SFRUTTO LA CONDIZIONE DI EQUILIBRIO DELLE FORZE

$$\begin{cases} B: & 0 = -mg + F_A^B - T_2 \\ A: & 0 = -T_1 + T_2 + F_A^A - mg \end{cases} \qquad \begin{cases} T_2 + mg = \rho_A V g \\ T_1 + mg = \rho_A V g + T_2 \end{cases}$$

IL VOLUME DELLE BOE LO POSSO RICAVARE:

$$\rho = m/V \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{3m}{\rho_A}$$

COSÌ

$$\begin{cases} T_1 = 4mg = \boxed{117,72\ N} \\ T_2 = 2mg = \boxed{58.86\ N} \end{cases}$$

TAGLIO LA CORDA, HO LA RISULTANTE CHE È

$$R = -mg + F_A = -mg + \rho_A V g = -mg + 3mg = 2mg$$

$$R = ma \Rightarrow a = 2g$$

PER CUI

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \Rightarrow v^2 = 2ah_1 \Rightarrow v = \sqrt{4gh_1} = \boxed{8.86\ m/s}$$

POSSO CALCOLARE IL VOLUME EMERSO:

HO EQUILIBRIO: $\vec{F}_A = -m\vec{g} \Rightarrow |\vec{F}_A| = |m\vec{g}|$

$$\Rightarrow \rho_A V_{imm} g = mg \Rightarrow V_{imm} = \frac{m}{\rho_A}$$

PER CUI

$$V_{EMERSO} = V - V_{imm} = \frac{3m}{\rho_A} - \frac{m}{\rho_A} = \frac{2m}{\rho_A} = \boxed{6 \cdot 10^{-3}\ m^3 = 0{,}006\ m^3}$$

PER CALCOLARE IL LAVORO FACCIO:

$$W_{min} = R \cdot h_1 = 2mgh_1 = \boxed{117.72\ J}$$

SENZA CORDA

6

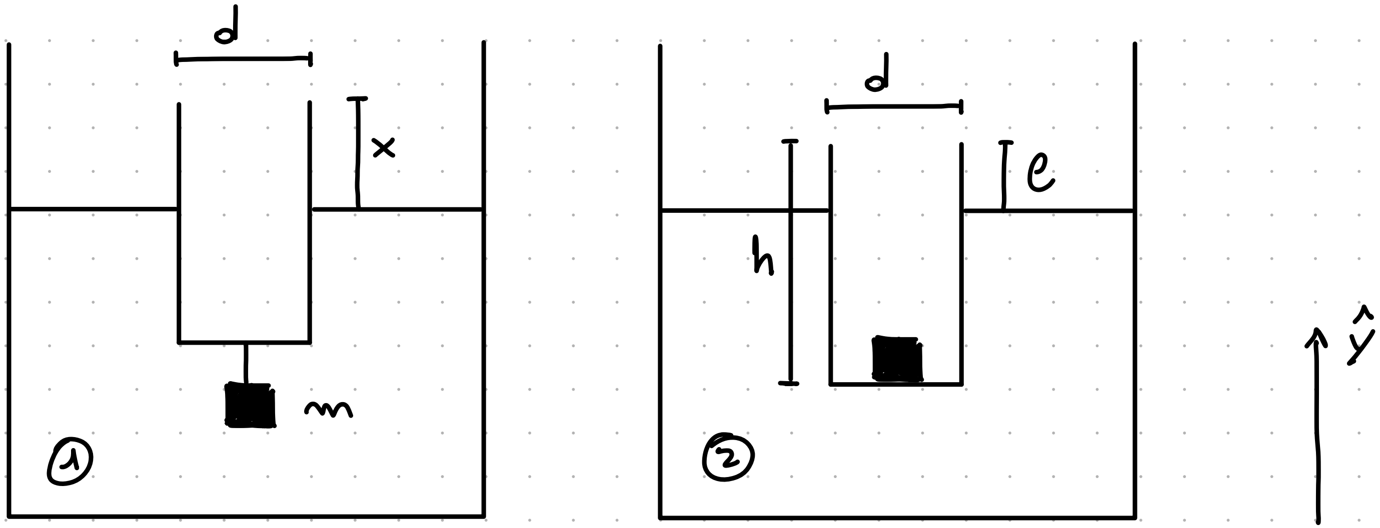
$d = 20\ cm$

$x = 10\ cm$

$\rho_{Fe} = 7{,}9\ g/cm^3$

$m = 3{,}12\ kg$

DETERMINA: • ℓ



SITUAZIONE 1:

HO EQUILIBRIO $\rightarrow$ $0 = -mg - m_{CIL}g + F_A^{m} + F_A^{CIL}$

$$\Rightarrow (m + m_{CIL})g = \rho_A g (V^m + V^{CIL}_{IMM})$$

HO $V^m = \dfrac{m}{\rho_{FE}}$ $\qquad V^{CIL}_{IMM} = \pi \dfrac{d^2}{4} h - \pi \dfrac{d^2}{4} x = \pi \dfrac{d^2}{4}(h - x)$

SITUAZIONE 2:

HO SEMPRE EQUILIBRIO $\rightarrow$ $0 = -(m + m_{CIL})g + \tilde{F}_A^{CIL}$

$$\Rightarrow (m + m_{CIL})g = \rho_A g \tilde{V}^{CIL}_{IMM}$$

HO $\tilde{V}^{CIL} = \pi \dfrac{d^2}{4}(h - \ell)$

EQUAGLIANDO LE ESPRESSIONI PER $m + m_{CIL}$:

$$\rho_A g \left(\frac{m}{\rho_{Fe}} + \pi \frac{d^2}{4}(h-x) \right) = \rho_A g \pi \frac{d^2}{4}(h-\ell)$$

$$\Rightarrow \frac{m}{\rho_{Fe}} + \pi \frac{d^2}{4} h - \pi \frac{d^2}{4} x = \pi \frac{d^2}{4} h - \pi \frac{d^2}{4} \ell$$

$$\Rightarrow \pi \frac{d^2}{4} \ell = \pi \frac{d^2}{4} x - \frac{m}{\rho_{Fe}} \quad \Rightarrow \boxed{\ell = x - \frac{4m}{\pi \rho_{Fe} d^2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\ell = 8,743 \text{ cm}}$$

7

$m = 2.5\ kg$ $\quad V_1 = 10\ m^3$

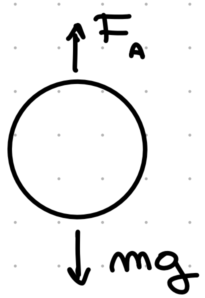
$V_0 = 2.8\ m^3$ $\quad \rho_0 = 1.27\ kg/m^3$

ATMOSFERA ISOTERMA $\quad p_0 = 1\ atm$

DETERMINA:

- FORZA PER TENERE GIÙ IL PALLONE
- QUANDO $V = V_1$
- h_{MAX} tc $\sum F = 0$

SUL PALLONE (A $z=0$):



$$R = -mg + \rho_0 V_0 g = (\rho_0 V_0 - m) g$$

LO TENGO GIÙ SE APPLICO

$$\vec{F} = -\vec{R} \Rightarrow \boxed{F = 10.36\ N}$$

PER VEDERE A CHE ALTEZZA HO $V = V_1$ DEVO SFRUTTARE SOLO L'APPROSSIMAZIONE DELL'ATMOSFERA COME ISOTERMA:

$$p_0 V_0 = p_1 V_1 \quad \text{INSIEME A} \quad p(z) = p_0 \exp\left(-\frac{g\rho_0}{p_0} z\right)$$

$$\Rightarrow p_0 \exp\left(-\frac{g\rho_0}{p_0} z\right) = \frac{p_0 V_0}{V_1} \Rightarrow -\frac{g\rho_0}{p_0} z = \ln\left(\frac{V_0}{V_1}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{z = \frac{p_0}{g\rho_0} \ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right) = 10352{,}86\ m = 10{,}35\ Km}$$

HO IN GENERALE

$$R = -mg + \rho V g$$

ABBIAMO ATMOSFERA $\sim$ ISOTERMA $\Rightarrow$ VALE BOYLE $pV = \text{cost} \Rightarrow \dfrac{p}{\rho} = \text{cost}$

$$\Rightarrow \frac{p_0}{\rho_0} = \frac{p}{\rho} \Rightarrow \rho(z) = \frac{\rho_0}{p_0} p(z)$$

VOGLIAMO LA QUOTA T.C. $R=0$, AVRÒ SICURAMENTE RAGGIUNTO V_1. POSSO SCRIVERE $R=0$ ESPLICITANDO $\rho(z)$:

$$0 = -mg + \rho(z) V_1 g \Rightarrow \rho(z) V_1 = m \Rightarrow \frac{\rho_0}{p_0} p(z) = \frac{m}{V_1}$$

$$\Rightarrow p(z) = \frac{p_0}{\rho_0}\frac{m}{V_1} \Rightarrow p_0 \exp\left(-\frac{g\rho_0}{p_0} z\right) = \frac{p_0}{\rho_0}\frac{m}{V_1}$$

$$\Rightarrow -\frac{g\rho_0}{p_0} z = \ln\left(\frac{m}{\rho_0 V_1}\right) \Rightarrow \boxed{z = \frac{p_0}{g\rho_0} \ln\left(\frac{\rho_0 V_1}{m}\right) = 13\,218{,}45\ \text{m} = 13{,}22\ \text{Km}}$$

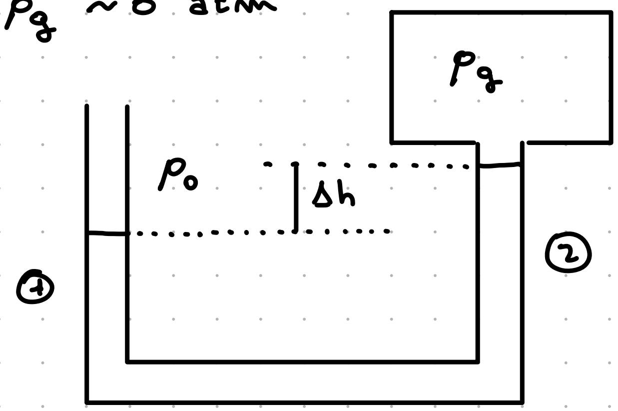
8

$\rho_{Hg} = 13.6 \cdot 10^3 \ kg/m^3$

C : VUOTO

$p_0 = 1$ atm

$p_g \sim 0$ atm



DETERMINA:

- Δh
- $\Delta h' = \Delta h - 15$ cm , p_g'
- $\rho_0 = 900 \ kg/m^3$, $b = 30$ cm
  Δh^*, h_1, h_2

PRENDO UN PUNTO SUL FONDO DEL TUBO E APPLICO STEVINO:

$$p_0 + \rho_{Hg} g h_1 = p_g + \rho_{Hg} g h_2 \Rightarrow \rho_{Hg} g (h_2 - h_1) = p_0$$

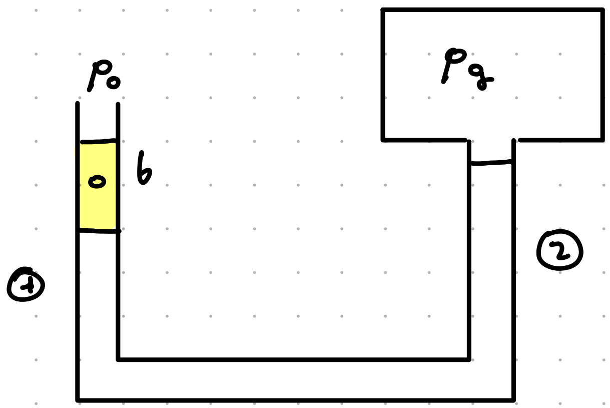
$$\Rightarrow \boxed{\Delta h = \frac{p_0}{\rho_{Hg} g} = 0,7595 \ m = 759,5 \ mm}$$

RIFACCIO LA STESSA COSA MA AVENDO $p_g \neq 0$:

$$p_0 + \rho_{Hg} g h_1' = p_g + \rho_{Hg} g h_2' \Rightarrow \rho_{Hg} g (h_2' - h_1') = p_0 - p_g$$

$$\Rightarrow p_g = p_0 - \rho_{Hg} g (h_2' - h_1') = \rho_{Hg} g \left(\frac{p_0}{\rho_{Hg} g} - \Delta h' \right) = \rho_{Hg} g (\Delta h - \Delta h')$$

$$\Rightarrow p_g = \rho_{Hg}\, g \left(\Delta h - \Delta h + 15 \text{ cm} \right) \Rightarrow \boxed{p_g = (15 \cdot 10^{-2} \text{ m})\, \rho_{Hg}\, g = 20012.4 \text{ Pa}}$$



APPLICO ANCORA STEVINO:

$$p_0 + \rho_0 g b + \rho_{Hg} g h_1^* = p_b + \rho_{Hg} g h_2^*$$

$$\Rightarrow \rho_{Hg}\, g (h_2^* - h_1^*) = p_0 - p_b + \rho_0 g b$$

$$\Rightarrow \Delta h^* = \frac{p_0 - p_b + \rho_0 g b}{\rho_{Hg}\, g}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta h^* = 0{,}629 \text{ m} = 629 \text{ mm}}$$

LA VARIAZIONE DI QUOTA RISPETTO IL 2° PUNTO È

$$\boxed{\Delta = \Delta h' - \Delta h^* = 0.0195}$$

ESERCITAZIONE 6

1

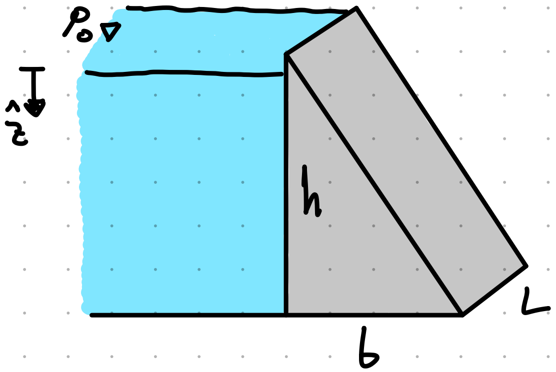
$h = 4\ m$

$b = 3\ m$

$L = 12\ m$

ACQUA

DETERMINA:
- FORZA SULLA DIGA E PUNTO DI APPLICAZIONE
- IL MOMENTO DELLA FORZA (ASSE = VERTICE NON BAGNATO)
- ρ PER NON RIBALTARSI



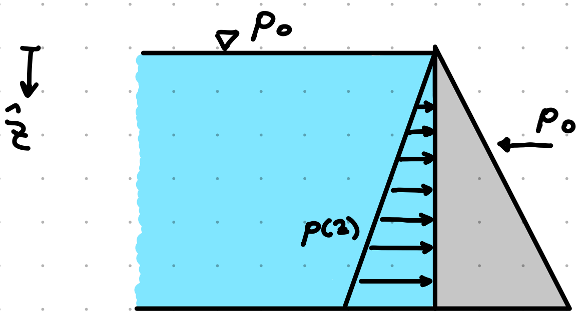
LA SUPERFICIE ESPOSTA ALL'ACQUA È:

$$S = h\,L = 48\ m^2$$

LA PRESSIONE DIPENDE DALLA PROFONDITÀ SECONDO STEVINO:

$$p(z) = p_0 + \rho_A g z$$

POSSO DISEGNARE IL PROFILO:



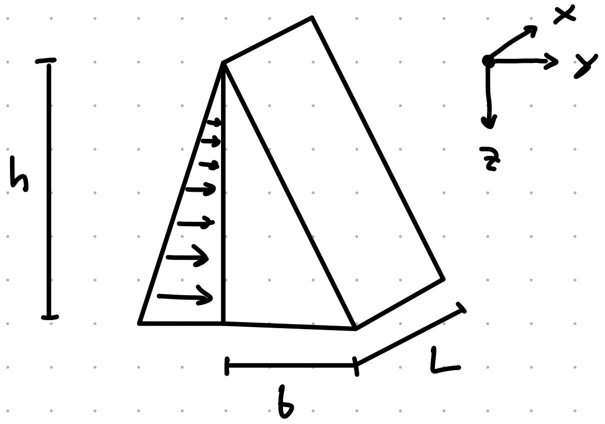
CHE MI PERMETTE DI VEDERE CHE p_0 È BILANCIATO ESSENDO UN CONTRIBUTO PRESENTE SIA A DESTRA CHE A SINISTRA DELLA DIGA, PER CUI:

$$p(z) = \rho_A g z$$

LA FORZA DI PRESSIONE SARÀ:

$$dF_p = p(z) L \, dz \Rightarrow F_p = L\int_0^h dz \, \rho_A g z = \rho_A g \frac{L h^2}{2} = \boxed{941760 \text{ N}}$$

ORA DEVO TROVARE IL PUNTO DI APPLICAZIONE CHE È IL BARICENTRO DELLA FIGURA DI $p(z)$ SULLA DIGA:



IN GENERALE UNA COORDINATA DEL BARICENTRO LA TROVO COME

$$x_B = \frac{1}{M}\int x \, dm$$

DOVE $dm = \rho \, dV$

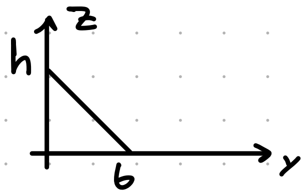
LA x_B NEL MIO CASO SARÀ $x_B = L/2$, POI AVRÒ

$$y_B = \frac{1}{M}\int y \, dm \quad , \quad dm = \rho L z \, dy$$

$$y_B = \frac{1}{M}\int \rho L z y \, dy$$

MA $M = \rho V = \rho \frac{b L h}{2}$

E IN PIÙ VEDO



$z = h - \frac{h}{b} y \qquad \left(y = b - \frac{b}{h} z \right)$

PER CUI

$$y_B = \frac{2}{\rho b L h}\int_0^b \rho L y\left(h - \frac{h}{b}y\right)dy = \frac{2}{b}\int_0^b \left(y - \frac{y^2}{b}\right)dy$$

$$= \frac{2}{b}\left(\frac{b^2}{2} - \frac{b^3}{3b}\right) = \frac{2}{b}\left(\frac{b^2}{2} - \frac{b^2}{3}\right) = \frac{2}{b}\left(\frac{b^2}{6}\right) = \frac{b}{3}$$

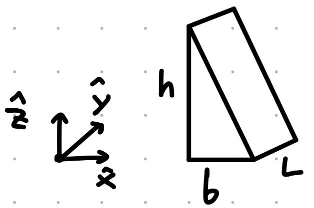
E

$$z_B = \frac{1}{M}\int z\,dm = \frac{2}{\rho b L h}\int z \rho L z\,dy$$

$$= \frac{2}{bh}\int z^2\,dy \qquad y = b - \frac{b}{h}z \Rightarrow dy = -\frac{b}{h}dz$$

$$= \frac{2}{bh}\int\left(-z^2\frac{b}{h}\right)dz = -\frac{2}{h^2}\int_0^h z^2\,dz = -\frac{2}{h^2}\left(\frac{h^3}{3}\right) = -\frac{2h}{3}$$

SEGNO "–" DOVUTO AI S.R. CHE STO CONSIDERANDO.
RISPETTO LA BASE DI APPOGGIO HO



$$z_B = h - \frac{2h}{3} = \frac{h}{3}$$

$$x_B = \frac{b}{3}$$

$$y_B = L/2$$

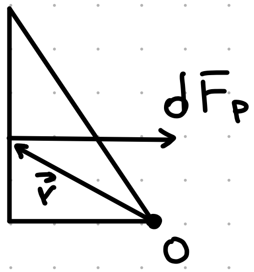
$$\Rightarrow \boxed{B \equiv \left(\frac{b}{3}, \frac{L}{2}, \frac{h}{3}\right)}$$

POSSIAMO CALCOLARE IL MOMENTO RIBALTANTE:

$$d\vec{M} = \vec{r} \times dF_p \qquad d\hat{M} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \hat{j}$$

(METTO IL SR CON $y = L/2$ COSÌ NON HO COMPONENTE y)

DOVE



$$dF_p = p(z)\,dA = \rho_A g z\, dA = \rho_A g z L\, dz$$

NON CONSIDERO IL PUNTO B

dF_p È APPLICATA IN $h - z = r$

$$d\vec{M} = \vec{r} \times d\vec{F}_p = r_z\, dF_{px}\, \hat{j}$$

$$dM = \rho_A g L z(h-z)\,dz \qquad \text{MOMENTO ENTRANTE}$$

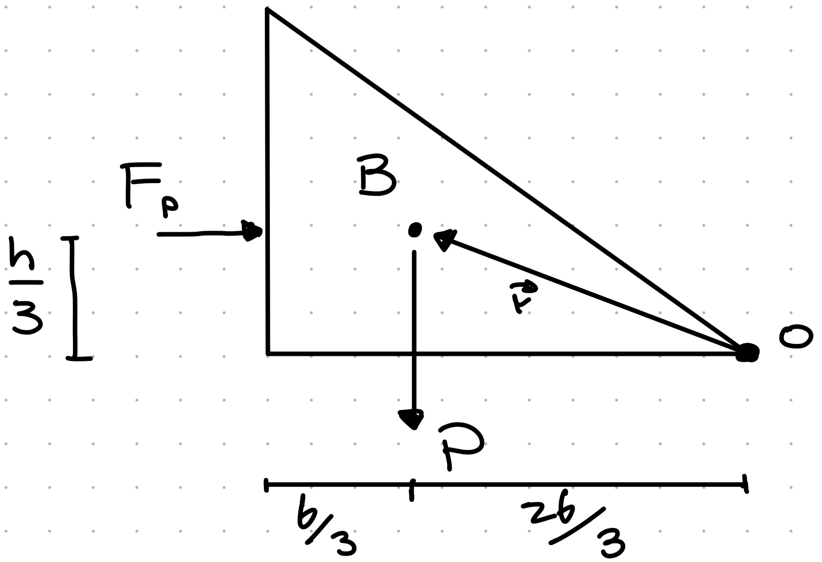
$$\Rightarrow M = \rho_A g L \int_0^h (hz - z^2)\,dz = \rho_A g L\left(\frac{h^3}{2} - \frac{h^3}{3}\right) = \rho_A g L \frac{h^3}{6}$$

$$\Rightarrow M = 1255680 \text{ Nm} = 1{,}2557 \text{ MNm}$$

NOTA VEDO CHE È CORRETTO $z_B = h/3$ POICHÈ

$$\frac{M}{F_p} = \left(\rho_A g L \frac{h^3}{6}\right)\left(\rho_A g L \frac{h^2}{2}\right) = \frac{h}{3} = z_B$$

PER TROVARE LA ρ_{minima} PER NON FAR RIBALTARE LA DIGA DEVO CONTROLLARE CHE M_p SIA BILANCIATO DAL MOMENTO DELLA FORZA PESO:



$$P = mg = \rho V g = \rho \frac{Lhb}{2} g$$

$$\hat{P} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -\hat{j}$$

$$\vec{M}^P = \vec{r} \times \vec{P} = -r_x P_z \hat{j}$$

$$M^P = \frac{2b}{3} \rho \frac{Lhb}{2} g = \frac{\rho L h b^2 g}{3}$$

EGUAGLIO I MOMENTI

$$\frac{\rho L h b^2 g}{3} = \rho_A g L \frac{h^3}{6} \Longrightarrow \boxed{\rho = \frac{\rho_A h^2}{2b^2} = 888{,}88 \; kg/m^3}$$

2

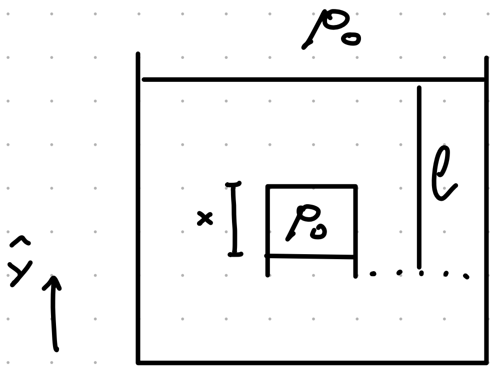
$d = 10$ cm

$h = 20$ cm

$\ell = 2$ m

ARIA ~ ISOTERMA

$\rho_A = 1{,}225\ kg/m^3$



VOLUME DEL BICCHIERE (PIENO D'ARIA):

$$V_0 = \pi \frac{d^2}{4} h = 0.0157\ m^3$$

QUANDO LO IMMERGO PERÒ, L'ARIA SI COMPRIME E IL VOLUME OCCUPATO DIMINUISCE. DEVO CAPIRE QUANTO VALE x PER CONOSCERE LA SPINTA DI ARCHIMEDE.

PER TROVARE x SFRUTTO L'APPROSSIMAZIONE: ARIA ~ ISOTERMA

$$pV = cost$$

CON IL BICCHIERE IMMERSO HO

$$p'V' = p' \cdot \pi \frac{d^2}{4} x$$

CON p' LA PRESSIONE ALLA PROFONDITÀ DEL LIQUIDO NEL BICCHIERE. LA CALCOLO CON STEVINO:

$$p' = p_0 + \rho_A g (\ell - h + x)$$

COSÌ POSSO IMPORRE

$$p_0 V_0 = p' V' \Rightarrow p_0 \pi \frac{d^2}{4} \ell = (p_0 + \rho_A g(h - \ell + x)) \pi \frac{d^2}{4} x$$

$$\Rightarrow \pi \frac{d^2}{4} p_0 x + \pi \frac{d^2}{4} \rho_A g (h - \ell) x + \pi \frac{d^2}{4} \rho_A g x^2 - p_0 \pi \frac{d^2}{4} \ell = 0$$

$$\Rightarrow \pi \frac{d^2}{4} \rho_A g x^2 + \pi \frac{d^2}{4} (p_0 + \rho_A g (h - \ell)) x - p_0 \pi \frac{d^2}{4} \ell = 0$$

$$\Rightarrow \rho_A g x^2 + (p_0 + \rho_A g (h - \ell)) x - p_0 \ell = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(p_0 + \rho_A g (h - \ell)) \pm \sqrt{(p_0 + \rho_A g (h - \ell))^2 + 4 p_0 \ell \rho_A g}}{2 \rho_A g}$$

METTO I NUMERI : $x_{1,2} = \dfrac{-101303.37 \pm 101351,44}{24.03} = \begin{cases} 0,199 \text{ m} \\ -8431,60 \text{ m} \end{cases}$

DUNQUE LA SOLUZIONE ACCETTABILE È $x = 0,199$ m.
LA FORZA DA APPLICARE PER TENERE GIÙ IL BICCHIERE È UGUALE IN MODULO E OPPOSTA IN DIREZIONE DELLA RISULTANTE DELLE FORZE :

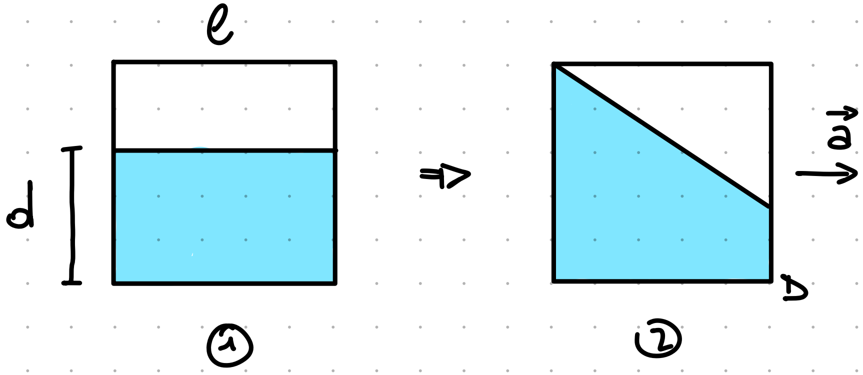
$$\vec{R} = -m\vec{g} + \vec{F}_A + \vec{F}_p\Big|_{y=\ell-h} - \vec{F}_p\Big|_{y=\ell-h+x} \Rightarrow (F_p \sim 0,\ m \sim 0) \quad \vec{R} = \vec{F}_A$$

DUNQUE $F = R = \rho_A g V' = \rho_A g \pi \frac{d^2}{4} x = \boxed{15,33 \text{ N}}$

3 $\ell = 1\ m$

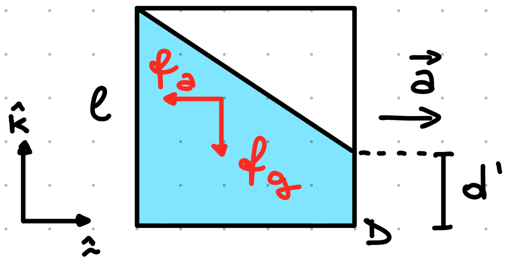
$\rho = 3\ g/cm^3$

$d = 0.8\ m$



DETERMINA :
- a
- ℓ
- p IN D

PER RISOLVERE IL PROBLEMA DEVO RAGIONARE SOLO SUL CONCETTO DI SUPERFICI ISOBARE. NELLA SITUAZIONE ① È FACILE PERCHÈ LE SUPERFICI ISOBARE SONO // AL PELO LIBERO DELL'ACQUA E ESSENDO TUTTO STATICO POTEVO USARE STEVINO. NELLA SITUAZIONE ② AVENDO L'ACCELERAZIONE NON È TUTTO COSÌ SEMPLICE; POSSO MIGLIORARE LA SITUAZIONE SCEGLIENDO UN SR NON INERZIALE SOLIDALE CON IL FLUIDO, COSÌ DA POTERLO CONSIDERARE FERMO:



OVVIAMENTE SCEGLIENDO UN SR NON INERZIALE CI SARANNO DELLE FORZE APPARENTI. LE FORZE IN GIOCO SONO : PESO E QUELLA DOVUTA AD $\vec{a}$.

POSSO SCRIVERE LE FORZE SULL'UNITÀ DI MASSA :

$$\vec{f}_g = -g\hat{k} \qquad \vec{f}_a = -a\hat{i}$$

ALL'EQUILIBRIO STATICO DI UN FLUIDO SO CHE LE SUPERFICI ISOBARE SONO NORMALI ALLA RISULTANTE DELLE FORZE IN GIOCO E POSSO SCRIVERE :

$$\nabla p = \rho \vec{f} = \rho \vec{f}_g + \rho \vec{f}_a = -\rho g \hat{k} - \rho a \hat{\imath}$$

PER PROCEDERE POSSO NOTARE (AVREI POTUTO IMPORRE DALL'INIZIO LA RELAZIONE CON $-\vec{\nabla} U$, CON U = ENERGIA POTENZIALE)

$$\begin{cases} -\rho g \hat{k} = -\nabla(\rho g z) \\ -\rho a \hat{\imath} = -\nabla(\rho a x) \end{cases}$$

COSì

$$\nabla p = -\nabla(\rho g z) - \nabla(\rho a x)$$

L'OPERATORE DI DERIVATA È LINEARE, PER CUI

$$\nabla(p + \rho g z + \rho a x) = 0$$

CHE MI DICE CHE

$$p + \rho g z + \rho a x = \text{COST}$$

PERÒ SE CONSIDERO APPUNTO SUPERFICI ISOBARE, $p = \text{COST}$:

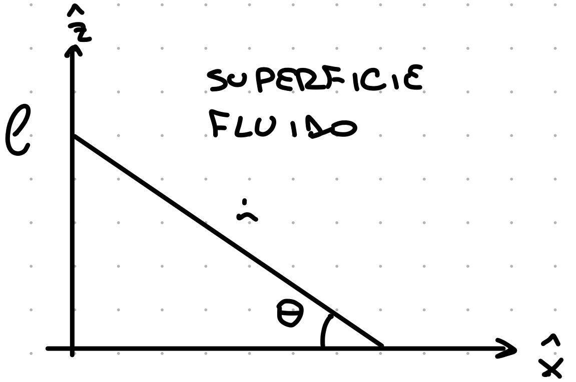
$$\rho g z + \rho a x = \text{COST}$$

PRENDO IL PUNTO $(0, 0, \ell)$ = SPIGOLO IN ALTO A SINISTRA E HO : $\rho g \ell$

IMPONGO LA COSTANZA:

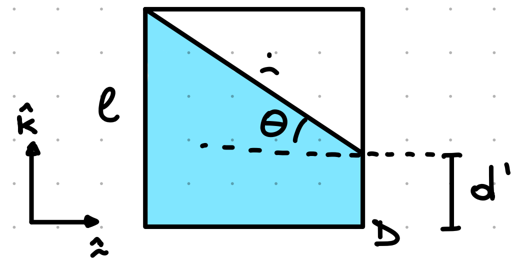
$$\rho g z + \rho a x = \rho g \ell \quad \Rightarrow \quad \boxed{z = \ell - \frac{a}{g} x}$$

CON L'ESPRESSIONE $z(x)$ POSSO TROVARE L'INCLINAZIONE DELLA SUPERFICIE DELL'ACQUA



$$z = \ell - \frac{a}{g} x$$

$$tg\theta = \frac{\ell}{\frac{g\ell}{a}} = \frac{a}{g}$$



RICORDO CHE LE SUPERFICI ISOBARE SONO $\perp$ ALLA DIREZIONE DELLA RISULTANTE DELLE FORZE, LE SUPERFICI ISOBARE SARANNO DUNQUE PARALLELE ALLA SUPERFICIE DEL LIQUIDO E ANCH'ESSE INCLINATE DI θ.

CERCO θ:

$$\begin{cases} i \sin\theta = \ell - d' \\ i \cos\theta = \ell \end{cases} \Rightarrow tg\theta = \frac{\ell - d'}{\ell} = 1 - \frac{d'}{\ell}$$

PER TROVARE $tg\theta$ ED a MI SERVE d'. SFRUTTO LA CONSERVAZIONE DELLA MASSA AVENDO ρ COSTANTE:

① $V_1 = \ell^2 d$

② $V_2 = \ell^2 d' + \ell^2 \frac{(\ell - d')}{2}$

IMPONGO $\rho = \text{COST} \Rightarrow V = \text{COST} \Rightarrow \ell^2 d = \ell^2 d' + \frac{\ell^3}{2} - \ell^2 \frac{d'}{2}$

$\Rightarrow \ell^2 d = \frac{\ell^3}{2} + \ell^2 \frac{d'}{2} \Rightarrow \ell^2 d = \ell^2 \frac{(\ell + d')}{2}$

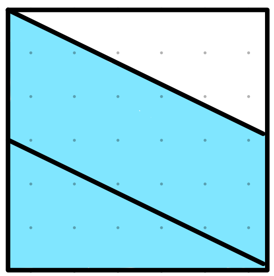
$\Rightarrow 2d = \ell + d' \Rightarrow \boxed{d' = 2d - \ell = 0.6\ m}$

DUNQUE

$tg\theta = 1 - \frac{d'}{\ell} = 0,4 \Rightarrow \boxed{\theta = 21,8°}$

$tg\theta = \frac{a}{g} \Rightarrow \boxed{a = g\,tg\theta = 3,92\ m/s^2}$

MANCA SOLO DA TROVARE LA PRESSIONE IN D, MA SFRUTTO LA SCELTA DEL S.R. E IL FATTO CHE IN D PASSA UNA SUPERFICIE ISOBARA:



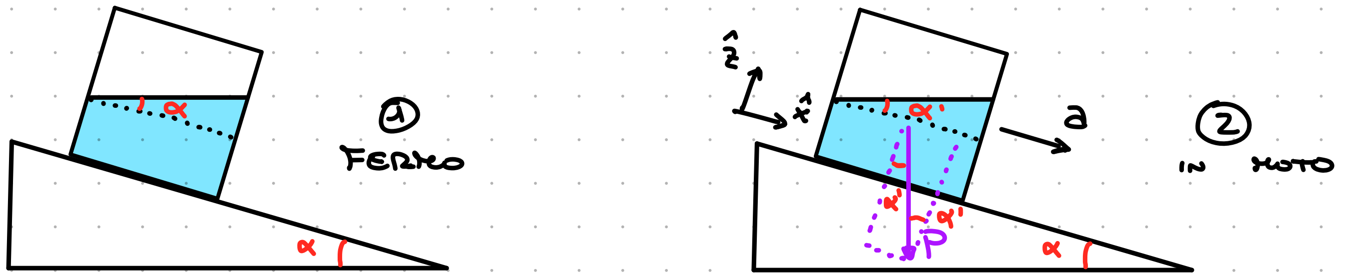
$p + \rho g z + \rho a x = \text{COST} \quad , \quad D \equiv (0, y, \ell)$

PER CUI USANDO $A \equiv (d', y, \ell)$

$p_0 + \rho g d' + \rho a \ell = p_B + \rho a \ell \Rightarrow p_B = p_0 + \rho g d' = \boxed{118983\ Pa}$

VOGLIO RISPONDERE A: (NON SONO RIUSCITO)

- SE IL LIQUIDO SCIVOLA SU UN PIANO INCLINATO ($\alpha = 20°$) SENZA ATTRITO, COSA SUCCEDE?
- COSA ACCADREBBE SE IL RECIPIENTE FOSSE ACCELERATO IN SALITA O IN DISCESA (STESSA a TROVATA PRIMA)?



IN ① HO IL LIQUIDO FERMO INCLINATO DI UN ANGOLO α RISPETTO IL SUO FONDO.

NEL CASO ② SUCCEDE UNA COSA ANALOGA A QUELLA VISTA PRIMA SENZA PIANO INCLINATO, PER CUI POSSO SCRIVERE LE FORZE PER UNITÀ DI MASSA (SCEGLIENDO UN S.R. NON INERZIALE SOLIDALE CON IL FLUIDO)

$$\begin{cases} P_x = P \sin\alpha' = mg\sin\alpha' \\ P_z = P\cos\alpha' = mg\cos\alpha' \end{cases}$$

$$\vec{f}_z = -g\cos\alpha'\,\hat{k} \qquad \vec{f}_x = -g\sin\alpha'\,\hat{\imath}$$

$$\Rightarrow \nabla p = -g\cos\alpha'\,\hat{k} - g\sin\alpha'\,\hat{\imath}$$

$$\Rightarrow \quad \nabla\left(p + g z \cos\alpha' + g x \sin\alpha' \right) = 0$$

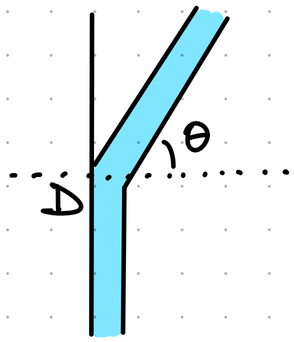
$$\Rightarrow \quad \boxed{p + g z \cos\alpha' + g x \sin\alpha' = \text{COST}}$$

4

$v = 2\,m/s$

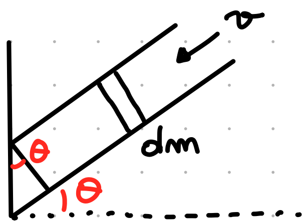
$\rho = 0.9\ g/cm^3$

$\theta = 60°$



DETERMINA : • p IN D

PER TROVARE LA PRESSIONE CERCO LA FORZA ESERCITATA DAL GETTO SULLA PARETE. PER TROVARE LA FORZA CERCO LA VARIAZIONE DI QUANTITÀ DI MOTO.



CONSIDERO UNA SEZIONE Σ

LA VARIAZIONE DI QUANTITÀ DI MOTO È :

$$\Delta p = \Delta m \, \Delta v^{(n)}$$

= (VARIAZIONE DI MASSA)(VARIAZIONE DI VELOCITÀ NORMALE)

HO $\begin{cases} v_0^{(n)} = v\cos\theta = 1\ m/s \\ v_f^{(n)} = 0\ m/s \end{cases}$ $\Rightarrow$ $\Delta v^{(n)} = -v_0^{(n)} = -1\ m/s$

PER TROVARE LA VARIAZIONE DI MASSA SFRUTTO LA DEFINIZIONE DI PORTATA :

$$Q_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} \Rightarrow \Delta m = Q_m \Delta t \qquad \text{E} \qquad \text{SO} \qquad Q_m = \rho v \Sigma$$

$$\Rightarrow \Delta m = \rho v \Sigma \Delta t$$

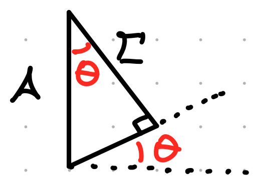
PER CUI

$$\Delta p = -(\rho v \Sigma \Delta t)(-v_0^{(m)}) = \rho v^2 \cos\theta \, \Sigma \Delta t$$

$$\Rightarrow |F^{(m)}| = \left|\frac{\Delta p}{\Delta t}\right| = \rho v^2 \cos\theta \, \Sigma$$

E QUESTA FORZA È NORMALE ALLA SUPERFICIE. PER TROVARE LA PRESSIONE CI SERVE L'AREA INVESTITA DAL GETTO :

$$\Sigma = A\cos\theta \Rightarrow A = \Sigma / \cos\theta$$

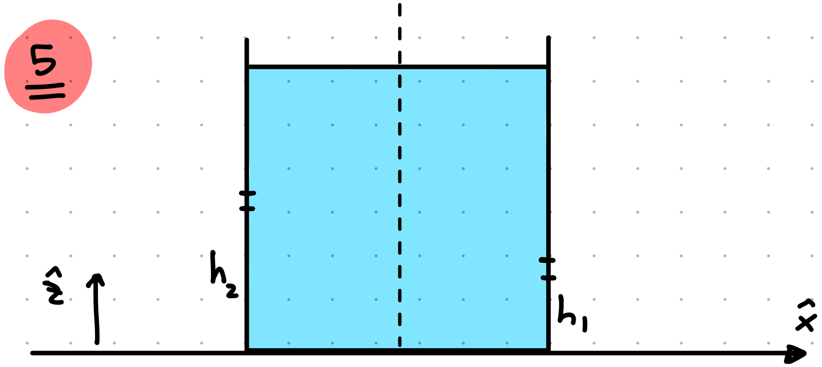


DUNQUE

$$p = \frac{|F^{(m)}|}{A} = \frac{\left|\frac{\Delta p}{\Delta t}\right|}{\Sigma / \cos\theta} = \frac{\cos\theta}{\Sigma} \rho v^2 \Sigma \cos\theta$$

$$\Rightarrow \boxed{p = \rho v^2 \cos^2\theta = 900 \text{ Pa}}$$

5



$h_1 = 25$ cm

$h_2 = 50$ cm

$S = 1$ cm^2

USO BERNOULLI PER ENTRAMBI I FORI

$$p_0 + \rho g d + \frac{1}{2}\rho v_c^2 = p_0 + \rho g h_i + \frac{1}{2}\rho v_i^2$$

MA SO $S_c v_c = S v_i \Rightarrow S_c >> S \Rightarrow v_i >> v_c$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\rho v_i^2 = \rho g(d - h_i) \qquad \Rightarrow \qquad v_i = \sqrt{2g(d-h_i)}$$

LA FORZA CHE IL GETTO PROVOCA QUANDO TOLGO IL TAPPO LA TROVO CON LA VARIAZIONE DI QUANTITÀ DI MOTO

$$\Delta p = \Delta m \, v_i \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} v_i = Q_m v_i = (\rho S v_i) v_i$$

$$\Rightarrow F_i = \rho S v_i^2$$

LA RISULTANTE DELLE FORZE È

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\Rightarrow \vec{R} = (\rho S v_1^2 - \rho S v_2^2)\hat{x} = \rho S 2g(d-h_1) - \rho S 2g(d-h_2)$$

$$\Rightarrow \vec{R} = 2\rho g S(h_2 - h_1)\hat{x} = 0{,}49 \text{ N}$$

IL CILINDRO SI MUOVERÀ DUNQUE VERSO $\hat{x}$

APPLICO

$$\vec{F} = -R\hat{x}$$ PER L'EQUILIBRIO.

CONOSCO $v_1 = \sqrt{2g(d-h_1)}$ E HO MOTO PARABOLICO

$$\begin{cases} x = v_1 t \\ y = h_1 - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(\tau) \equiv x = v_1 \tau \\ y(\tau) = 0 \end{cases}$$

$$h_1 = \frac{1}{2} g \tau^2 \Rightarrow \tau = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2g(d-h_1)}\sqrt{\frac{2h_1}{g}} = 2\sqrt{h_1(d-h_1)}$$

HO ANCHE

$$\begin{cases} v_x = v_1 \\ v_y = -gt \end{cases}$$ A $\tau = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$ HO $$\begin{cases} v_x = v_1 \\ v_y = -2\sqrt{g h_1(d-h_1)} = -v_F \end{cases}$$

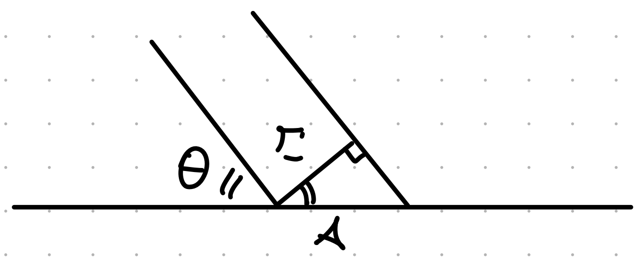
INCIDO CON UN ANGOLO $\quad tg\theta = \frac{v_y}{v_x} = -\frac{v_F}{v_x}$

PER LA PRESSIONE MI INTERESSA SOLO LA F NORMALE: (LUNGO y)

$$\Delta p_m = \Delta m\,(0 - v_y) = \Delta m\, v_F$$

$$|F_m| = \left|\frac{\Delta p_m}{\Delta t}\right| = \frac{\Delta m}{\Delta t} v_F = Q_m v_F = \rho\,\Sigma\, v\, v_F = \rho\,\Sigma\sqrt{v_i^2 + v_F^2}\; v_F$$

Σ AREA FLUSSO



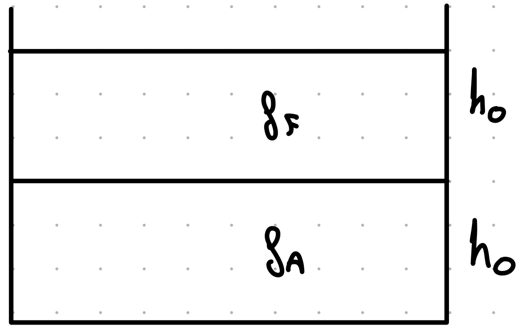
$$\Rightarrow p = \frac{F}{A} \quad , \quad \Sigma = A\cos\theta$$

$$\Rightarrow p = \frac{F}{\Sigma}\cos\theta = \rho\, v v_F \cos\theta$$

6

$h_0 = 1\ m$

$p_F^R = 17000\ Pa$



SUL FONDO HO

$$p_F = p_0 + \rho_F g h_0 + \rho_A g h_0 = p_0 + g h_0 (\rho_F + \rho_A)$$

$$\Rightarrow p_F^R \equiv p_F - p_0 = g h_0 (\rho_F + \rho_A)$$

RICAVO ρ_F:

$$\rho_F = \frac{p_F^R}{g h_0} - \rho_A = 735{,}9\ kg/m^3$$

CILINDRO $r = 5\ cm$ $\ell = 15\ cm$ $\rho_c = 9\ g/cm^3$

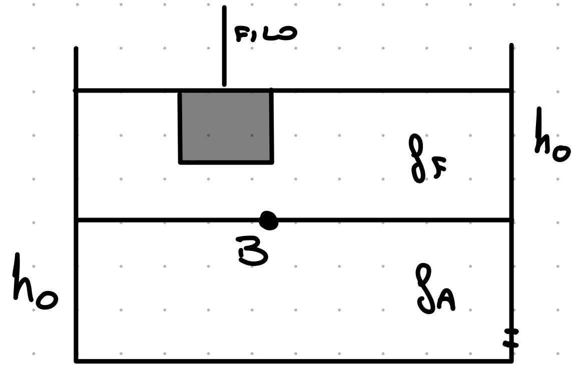
$$\Rightarrow V = \pi r^2 \ell = 1{,}178 \cdot 10^{-3}\ m^3$$

$$\Rightarrow m = \rho V = 10{,}6\ kg$$

CARICO DI ROTTURA $T_R = 100\ N$

HO $A = 600\ cm^2$

$a = 0,1\ cm^2$



SUL CILINDRO AGISCONO

$$\vec{R} = \vec{F}_P + \vec{F}_A = -mg + \rho_F g V_{imm}$$

TROVO L'ALTEZZA DI ρ_A QUANDO SI SPEZZA IL CAVO, OSSIA QUANDO $|R| = |T_R|$

$$T_R = mg - \rho_F g \pi r^2 (l - z)$$

↳ PORZIONE IMMERSA

z = ABBASSAMENTO

$$\Rightarrow \rho_F g \pi r^2 (l - z) = mg - T_R$$

$$\Rightarrow l - z = \frac{mg - T_R}{\rho_F g \pi r^2}$$

$$\Rightarrow z = l - \frac{mg - T_R}{\rho_F g \pi r^2} = 0,0796\ m = 7,96\ cm$$

USANDO BERNOULLI TRA B ED IL FORO HO

$$\begin{cases} v_A A = v_a a \Rightarrow v_a = \dfrac{A}{a} v_A \\ p_B + \rho_A g h + \dfrac{1}{2}\rho_A v_A^2 = p_0 + \dfrac{1}{2}\rho_A v_a^2 \end{cases}$$

GENERICO DI ACQUA

$$\Rightarrow p_B + \rho_A g h + \frac{1}{2}\rho_A v_A^2 \left(1 - \frac{A^2}{a^2}\right) = p_0$$

MA SO $p_B = p_0 + \rho_F g h_0$

$$\Rightarrow p_0 + \rho_F g h_0 + \rho_A g h + \frac{1}{2}\rho_A v_A^2 \left(\frac{a^2 - A^2}{a^2}\right) = p_0$$

$$\frac{1}{2}\rho_A v_A^2 \frac{A^2 - a^2}{a^2} = g(\rho_F h_0 + \rho_A h)$$

$$\Rightarrow v_A = \sqrt{\frac{2 g a^2 (\rho_F h_0 + \rho_A h)}{\rho_A (A^2 - a^2)}}$$

QUANDO IL CAVO SI SPEZZA HO $h = h_0 - z = 0{,}9204\ m$
E UNA VELOCITÀ DI USCITA

$$v_a = \frac{A}{a} v_A = \sqrt{\frac{2 g d^2 (\rho_F h_0 + \rho_A h)}{\rho_A (A^2 - a^2)}} = 5,704 \ m/s$$

CHE COMPORTA UNA FORZA

$$\Delta p = \Delta m (0 - v_A) = - \Delta m v_a$$

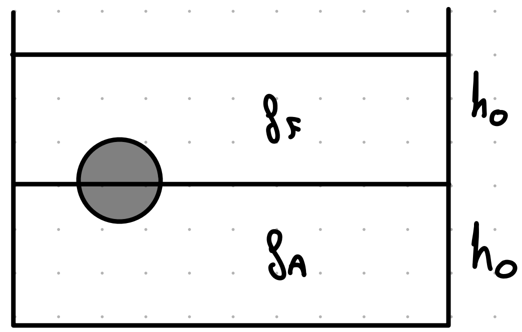
$$F = \left| \frac{\Delta p}{\Delta t} \right| = Q_m v_a = \rho_A a v_A^2 = 0,324 \ N$$

E SI HA UNA PORTATA VOLUMICA

$$Q = a v_a = 5,704 \cdot 10^{-5} \ m^3/s$$

PUNTO 6 SFERA $\rho_s = 0,8\, \rho_A$

$R_s = 20$ cm



ALL' EQUILIBRIO HO

$$0 = -mg + F_A^A - F_A^F$$

$$\Rightarrow -\rho_s V g + \rho_A g V_{imm}^A - \rho_F g V_{imm}^F = 0$$

DIVIDO PER V_{TOT} E g

$$-\rho_s + \rho_A \frac{V_{imm}^A}{V} - \rho_F \frac{V_{imm}^F}{V} = 0$$

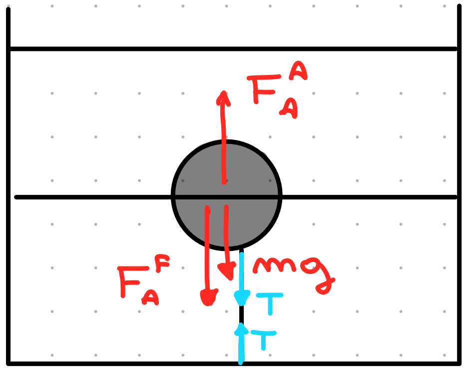
$$\Rightarrow -\rho_s + \rho_A r_2 - \rho_F r_1 = 0$$

MA VALE $1 = r_1 + r_2$

$$\begin{cases} \rho_s - \rho_A r_2 + \rho_F r_1 = 0 \\ r_1 = 1 - r_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \rho_s - \rho_A r_2 + \rho_F - \rho_F r_2 = 0 \\ r_1 = 1 - r_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rho_s - r_2(\rho_A + \rho_F) + \rho_F = 0 \\ r_1 = 1 - r_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} r_2 = \dfrac{\rho_s + \rho_F}{\rho_A + \rho_F} = 0,885 \\ r_1 = 1 - r_2 = \dfrac{\rho_A - \rho_s}{\rho_A + \rho_F} = 0,115 \end{cases}$$

<u>NON VA BENE</u> MA PROVO A FINIRE



HO

$$0 = -T - mg + \rho_A g V^A_{imm} - \rho_F g V^F_{imm}$$

MA

$$V^A_{imm} = V^F_{imm} = \frac{1}{2} V$$

$$\Rightarrow T = -mg + \frac{1}{2}\rho_A g V - \frac{1}{2}\rho_F g V$$

$$\Rightarrow T = -mg + \frac{1}{2} g V (\rho_A - \rho_F)$$

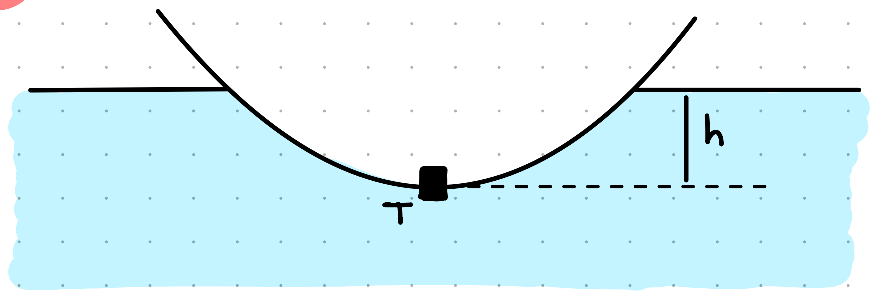
$$\Rightarrow T = -\rho_S V g + \frac{1}{2} g V (\rho_A - \rho_F)$$

$$\Rightarrow T = gV\left(\frac{\rho_A - \rho_F}{2} - \rho_S\right)$$

$$\Rightarrow T = \frac{4}{3} g \pi R_S^3 \left(\frac{\rho_A - \rho_F - 2\rho_S}{2}\right) = \frac{2}{3} g \pi R_S^3 (\rho_A - \rho_F - 2\rho_S)$$

$$\Rightarrow T = -219,28 \text{ N}$$

$\pm$



$\ell_1 = 5$ cm

$\ell_2 = 6$ cm

HO $p_T = \rho g h \longrightarrow$ IPOTIZZO p_0 ANCHE NELLA BARCA

$$\Rightarrow F_T = p_T S = \rho g h \, \ell_1 \cdot \ell_2 = 35{,}21 \text{ N}$$

SE $\ell_1' = 2\ell_1 = 10$ cm

$$\Rightarrow F_T' = p_T \ell_1' \ell_2 = 2 p_T \ell_1 \ell_2 = 2 F_T = 70{,}42 \text{ N}$$

CON LA FALLA SULLA FIANCATA:

HO $\frac{dp}{dz} = \rho g \Rightarrow dp = \rho g \, dz$ (EQ. IDROSTATICA)

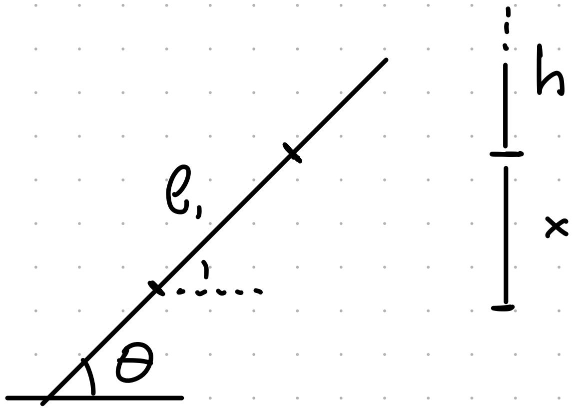
$$\Rightarrow dF = dp \cdot S = dp \cdot \ell_2 \cdot z = \rho g \ell_2 z \, dz$$

SE LA FALLA È VERTICALE (PARTE PIÙ ALTA DEL FORO ALLA QUOTA h)

$$F = \rho g \ell_2 \int_h^{h+\ell_1} z \, dz = \frac{1}{2} \rho g \ell_2 \left((h+\ell_1)^2 - h^2 \right)$$

$$\Rightarrow F = \frac{1}{2}\rho g l_2 (l_1^2 + 2 l_1 h) = 35,94 \text{ N}$$

SE È INCLINATA DI $45° = \theta$



$$x = l_1 \sin\theta$$

$$\Rightarrow F = \rho g l_2 \int_h^{h + l_1 \sin\theta} z\,dz = \frac{1}{2}\rho g l_2 \left((h + l_1 \sin\theta)^2 - h^2\right)$$

$$= \frac{1}{2}\rho g l_2 (l_1^2 \sin^2\theta + 2 l_1 h \sin\theta) = 25,26 \text{ N}$$

8

VEDI PROVA D'ESAME 18/07/2022

ESERCITAZIONE 7

1

$S_1 = 15 \ cm^2$

$\rho = 0.9 \ g/cm^3$ IDEALE

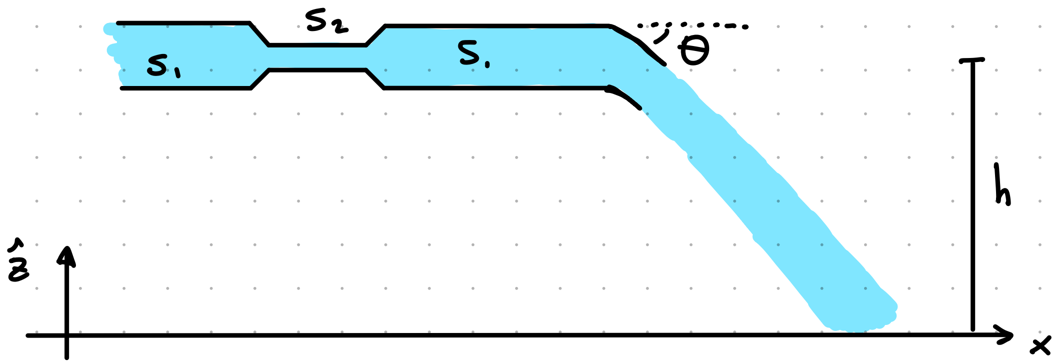
$S_2 = \frac{1}{3} S_1 = 5 \ cm^2$

$S_3 = S_1$ $\theta = -45°$

$h = 5 \ m$

$\delta p = 70 \ mm \ Hg$

DETERMINA:
- Q_m
- t_{volo} ($p_{ATM} = 760 \ mm \ Hg$)
- GITTATA x_G
- LA FORZA SUL GOMITO



SFRUTTO LA COSTANZA DELLA PORTATA PER CERCARE LA VELOCITÀ:

$$v_1 S_1 = v_2 S_2$$

$$\Rightarrow v_1 = v_2 \frac{S_2}{S_1} = \frac{v_2}{3}$$

POSSO SFRUTTARE δp CON BERNOULLI:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \quad \text{IN CUI} \quad h_1 = h_2 = h$$

$$\Rightarrow p_1 - p_2 = \delta p = \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2) \quad \Rightarrow \delta p = \frac{\rho}{2}\left(1 - \frac{1}{9}\right) v_2^2$$

$$\Rightarrow \delta p = \frac{\rho}{2}\frac{8}{9} v_2^2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = \sqrt{\frac{9\delta p}{4\rho}} = \boxed{4,83 \ m/s}$$

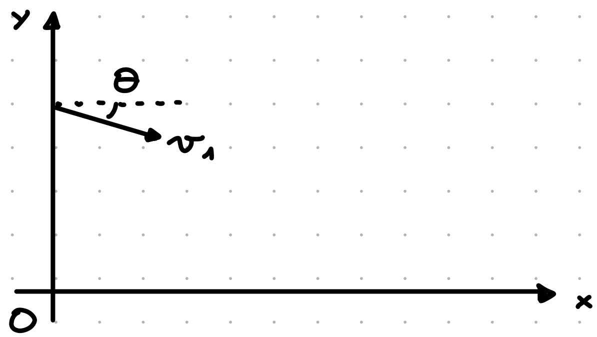
DUNQUE

$$v_1 = \frac{v_2}{3} = \boxed{1,61 \ m/s}$$

COSÌ TROVO

$$\boxed{Q_m = \rho v_1 S_1 = 2,173 \ kg/s}$$

PER TROVARE t_{volo} E x_G È SOLO DA RICORDARE IL MOTO PARABOLICO:



$$\begin{cases} x(t) = v_{ox} t \\ y(t) = h + v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{ox} = v_x = v_1 \cos\theta = 1,14 \ m/s \\ v_{oy} = v_1 \sin\theta = -1,14 \ m/s \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_G = v_{ox} t_{volo} \\ y(t_{volo}) = 0 = h + v_{oy} t_{volo} - \frac{1}{2} g t_{volo}^2 \end{cases}$$

$$t_{volo} = \frac{-v_{oy} \pm \sqrt{v_{oy}^2 + 2hg}}{-g} = \begin{cases} -1,132 \ s \\ 0,9 \ s \end{cases}$$

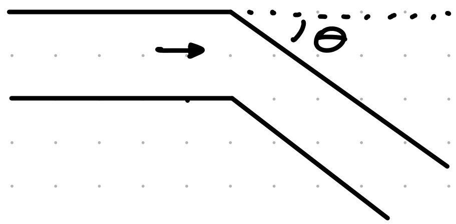
OVVIAMENTE ACCETTO

$$\boxed{t_{volo} = 0{,}9\ s}$$

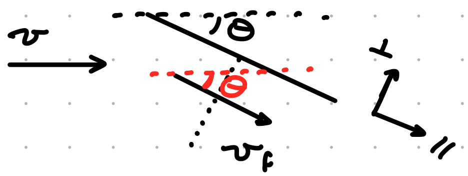
E DUNQUE

$$\boxed{x_G = v_{0x}\, t_{volo} = 1{,}026\ m}$$

PER TROVARE LA FORZA AGENTE SUL GOMITO USO COME SEMPRE LA VARIAZIONE DI QUANTITÀ DI MOTO:



LE COMPONENTI DELLA VELOCITÀ AGENTI SUL GOMITO SONO:



$$\begin{cases} v_{f_x} = v_f \cos\theta \\ v_{f_y} = v_f \sin\theta \end{cases}$$

CI SARÀ UNA FORZA CON 2 COMPONENTI AGENTE SUL GOMITO.
⊥ E // SI RIFERISCONO AD UN SR ORIENTATO COME IL FLUSSO
MI SERVE

$$\Delta p = \Delta m\, \Delta v \qquad \text{(2 COMPONENTI)}$$

IN CUI CHIARAMENTE $\Delta v = v_f - v_i = \begin{cases} \Delta v_{f_y} = v_y - 0 = v \sin\theta \\ \Delta v_{f_x} = v_x - v_0 = v(\cos\theta - 1) \end{cases}$

E LA Δm LA TROVO SFRUTTANDO LA DEFINIZIONE DI PORTATA IN MASSA

$$Q_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho v S$$

OTTENGO

$$\begin{cases} \dfrac{\Delta p_y}{\Delta t} = Q_m v \sin\theta \\ \dfrac{\Delta p_x}{\Delta t} = Q_m v (\cos\theta - 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |F_y| = \left|\dfrac{\Delta p_y}{\Delta t}\right| = Q_m v |\sin\theta| \\ |F_x| = \left|\dfrac{\Delta p_x}{\Delta t}\right| = Q_m v (\cos\theta - 1) \end{cases}$$

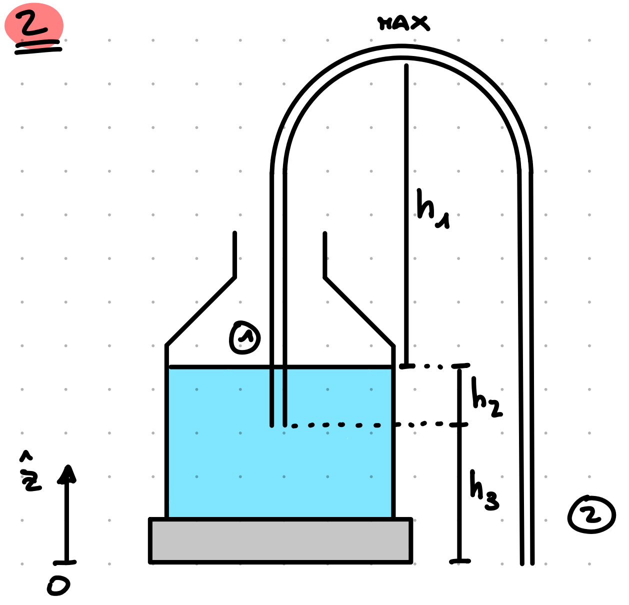
IL MODULO SARÀ DUNQUE

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{Q_m^2 v^2 \left(\sin^2\theta + (1 - \cos\theta)^2\right)}$$

$$\Rightarrow F = Q_m v \sqrt{\frac{1}{2} + \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \rho v^2 S_1 \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{(2-\sqrt{2})^2}{4}}$$

$$\Rightarrow \boxed{F = 2{,}64\ N}$$

2



$h_1 = 10$ cm

$h_2 = 50$ cm

$h_3 = 55$ cm

$r = 1$ cm

DETERMINA :
- v_2
- p_{MAX}
- h_1 MASSIMA
- Δh C

PER TROVARE LA VELOCITÀ SFRUTTO IL TEOREMA DI BERNOULLI E LA COSTANZA DELLA PORTATA :

(MI METTO AD $h_2 + h_3$ IN 1 E IN 2 ALLA FINE DEL TUBO $z=0$)

MA p_1, p_2 PER STEVINO E VALGONO $p_i = p_0 + \rho g h_i$

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g(h_2+h_3) = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g(h_2+h_3) = \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

SO

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 \quad \text{MA} \quad S_1 \gg S_2 \quad \Rightarrow v_1 \ll v_2$$

DINQUE

$$\frac{1}{2}\rho v_2^2 = \rho g(h_2+h_3) \Rightarrow v_2 = \sqrt{2g(h_2+h_3)}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_2 = 4{,}538 \ m/s}$$

PER p_{MAX} APPLICO BERNOULLI CON 2

$$p_{MAX} + \frac{1}{2}\rho v_{MAX}^2 + \rho g(h_1+h_2+h_3) = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_2^2, \quad z_2 = 0 \quad e \quad v_{MAX} = v_2 \ m/s$$

$$\Rightarrow p_{MAX} = p_0 - \rho g(h_1+h_2+h_3) \Rightarrow \boxed{p_{MAX} = 90043{,}5 \ Pa}$$

$$\Rightarrow \boxed{p_{MAX} = 0{,}89 \ atm}$$

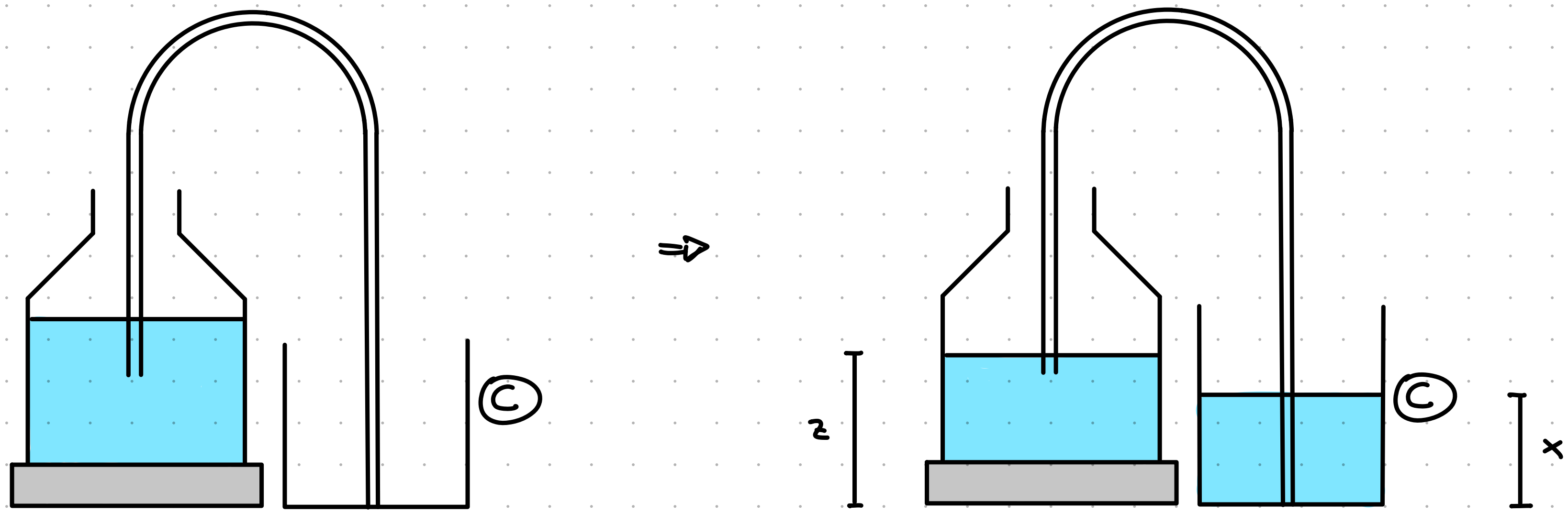
VOGLIO ORA h_1 MASSIMO, QUESTO VUOL DIRE CHE HO $p_{MAX} = 0$

$$\Rightarrow (h_1+h_2+h_3) = \frac{p_0}{\rho g} \Rightarrow h_{1,MAX} = \frac{p_0}{\rho g} - h_2 - h_3$$

$$\Rightarrow \boxed{h_{1,MAX} = 9{,}28 \ m}$$

(STO TRASCURANDO LA CAVITAZIONE)

IMMAGINO DI AVERE LA SITUAZIONE:



PER TROVARE z USO BERNOULLI TRA IL PELO LIBERO DI 1 E ALL'IMBOCCATURA DEL TUBO IN C

NON LO SO FARE

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z = p_0 + \rho g x + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

SUPPONGO IL RECIPIENTE C CON $S_c \sim S_1 \Rightarrow v_1 S_1 = v_c S_c \Rightarrow v_1 = v_c$

$$\rho g (z - x) = \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$\Rightarrow \Delta h = \frac{v_2^2}{2g} = 1{,}05 \text{ m}$$

3 $S = 1,4\ cm^2$

$\ell = 60\ m$

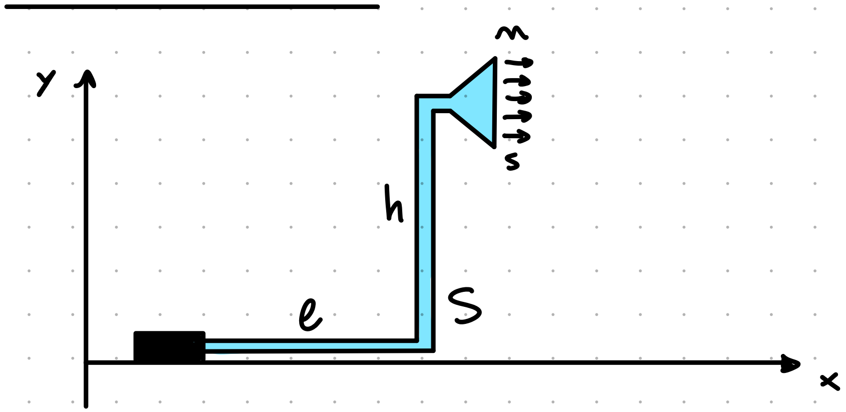
$h = 1,5\ m$

$n = 54$

$s = 0.4\ mm^2$

DETERMINARE :

- p_{IN} SE $Q = 12\ \ell/min$ (IDEALE)
- p_{IN} SE $\eta = 10^{-3}\ Pa\,s$ E $Q = 12\ \ell/min$ (TRASCURA η NEL TRATTO LUNGO h)
- x_G GITTATA



CON ACQUA $Q = vS$

$$\Rightarrow v_1 = \frac{Q}{S} = 1,428\ m/s$$

USO $v_1 S = v_2 n s \Rightarrow v_2 = \frac{S}{ns} v_1 = 9,25\ m/s$

USO BERNOULLI PER TROVARE LA p_{IN} :

(TRA LA POMPA E I FORI)

$$p_{IN} + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h$$

$$\Rightarrow p_{IN} = p_0 + \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g h \Rightarrow \boxed{p_{IN} = 157\,841,25\ Pa} = 1,56\ atm$$

CONSIDERANDO UN FLUIDO REALE DEVO USARE LA LEGGE DI HAGEN-POISEUILLE

$$Q = \frac{\pi R^4 (p_1 - p_2)}{8 \eta L}$$

IN CUI DEVO METTERE $R = r$ $\quad p_1 = p_i \quad p_2 = p_0 \quad L = \ell$ (TRASCURO h)

$$S = \pi r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = 0,67 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \Delta p = \frac{Q \, 8 \eta \ell}{\pi r^4} \Rightarrow \Delta p = 15164,29 \text{ Pa}$$

CHE VA AGGIUNTA AL TERMINE IDEALE DI PRIMA

$$\boxed{p_i^{(R)} = p_i + \Delta p = 173005,54 \text{ Pa} = 1,71 \text{ atm}}$$

MI SERVE LA VELOCITÀ CON CUI ESCE L'ACQUA DAI FORELLINI:

$$v_2 = 9,25 \text{ m/s} \qquad \text{(PARALLELA AL TERRENO)}$$

DEVO SOLO IMPOSTARE IL MOTO PARABOLICO:

$$\begin{cases} x(t) = v_{0x} t \\ y(t) = h - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

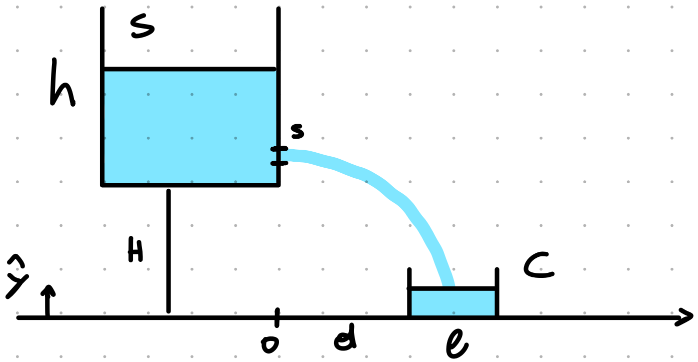
$$\begin{cases} x(t_v) = v_2\, t_{volo} \\ y(t_{volo}) = 0 = h - \frac{1}{2} g t_v^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t_v) = v_2 t_v \equiv x_G \\ t_{volo} = \sqrt{2h/g} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{x_G = v_2 \sqrt{\frac{2h}{g}} = 5{,}115 \ m}$$

4 $S = 1{,}6\ m^2$, s $\quad s = \frac{S}{110}$

$H = 5\ m$ $\quad h_0 = 2\ m$

$d = 4\ m$ $\quad \ell = 1\ m$



DETERMINA :

- V IN C
- Δt DI RIEMPIMENTO
- $v_{1\,m}$ IN Δt
- IN $\ell = 50$ cm TROVA $\Delta S\%$
- INCIDONO IN x DUE FORI.

PER DETERMINARE IL TUTTO MI SERVE LA VELOCITÀ CON CUI ESCE IL FLUIDO

$$S v_1 = s v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{S}{s} v_1 \quad \Rightarrow S >> s \quad v_2 >> v_1$$

APPLICO BERNOULLI E TRASCURO v_1 : (RISPETTO LA BASE DEL RECIPIENTE)

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

NOTA LASCIO h GENERICO PERCHÈ h VARIA NEL TEMPO E POSSO CALCOLARE QUALI SONO h_1 ED h_2 DI QUANDO IL FLUIDO HA ABBASTANZA v_2 PER RIEMPIRE C. CONOSCENDO POI $\Delta h = h_1 - h_2$ POSSO SAPERE QUANTO FLUIDO È ENTRATO IN C.

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\rho v_2^2 = \rho g h \quad \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh}$$

ORA È SOLO MOTO PARABOLICO CON $y_0 = H$, $\vec{v}_0 = v_2 \vec{x}$. POSSO TROVARE LA TRAIETTORIA SEGUITA E VEDERE QUANDO QUESTA STA DENTRO C.

$$\begin{cases} x(t) = v_2 t \\ y(t) = H - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2gh}\, t \\ y(t) = H - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = x / \sqrt{2gh} \\ y(x) = H - \frac{g}{2} \frac{x^2}{2gh} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad y(x) = H - \frac{x^2}{4h}$$

VOGLIO CHE LA TRAIETTORIA PASSI PER $A = (d, \ell)$, $B = (d+\ell, \ell)$ DUNQUE

$$\begin{cases} \ell = H - \frac{d^2}{4h_1} \\ \ell = H - \frac{(d+\ell)^2}{4h_2} \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{d^2}{4h_1} = H - \ell \\ \frac{(d+\ell)^2}{4h_2} = H - \ell \end{cases} \qquad \begin{cases} 4h_1 (H-\ell) = d^2 \\ 4h_2 (H-\ell) = (d+\ell)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} h_1 = \frac{d^2}{4(H-\ell)} = 1 \text{ m} \\ h_2 = \frac{(d+\ell)^2}{4(H-\ell)} = 1,562 \text{ m} \end{cases}$$

DUNQUE, QUANDO IL LIQUIDO È AD UN ALTEZZA h_1 NEL RECIPIENTE COMINCIA A RIEMPIRE C E SMETTE QUANDO IL LIVELLO ARRIVA AD h_2. POSSO DUNQUE CALCOLARE QUANTO LIQUIDO È ANDATO IN C:

$$V = \Delta h \cdot S = (1,562 - 1) \cdot 1,6 = \boxed{0,899 \text{ m}^3}$$

PER TROVARE IN QUANTO TEMPO SI RIEMPIE HO BISOGNO DI SAPERE COME VARIA $h(t)$.

ASSUMO QUASI-STAZIONARIETÀ: $v_1 = -\frac{dh}{dt}$

RIAPPLICO BERNOULLI MA NON TRASCURANDO NULLA:

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \quad ; \quad S v_1 = s v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{S}{s} v_1$$

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 \left(\frac{S^2}{s^2} - 1\right) = \rho g h$$

$$v_1^2 \left(\frac{S^2 - s^2}{s^2}\right) = 2gh$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2s^2 g h}{S^2 - s^2}} \Rightarrow \frac{dh}{dt} = -\sqrt{\frac{2s^2 g}{S^2 - s^2}}\sqrt{h}$$

$$\Rightarrow \int_{h_0}^{0} \frac{dh}{\sqrt{h}} = -\sqrt{\frac{2s^2 g}{S^2 - s^2}} \int_{t_0}^{t} dt$$

$$2\sqrt{h}\Big|_{h_0}^{0} = -\sqrt{\frac{2s^2 g}{S^2 - s^2}}\Delta t \Rightarrow \sqrt{h_0} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2s^2 g}{S^2 - s^2}}\Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2h_0(S^2 - s^2)}{s^2 g}} = \boxed{70,24 \text{ s}}$$

POSSO CALCOLARE LA VELOCITÀ MEDIA DI ABBASSAMENTO IN Δt:

$$v_{m,1} = \frac{\Delta h}{\Delta t} = \boxed{0{,}008 \ m/s}$$

NEL FORO S HO $v_2 = \sqrt{2gh_0} = 6{,}26 \ m/s$ QUANDO IL LIVELLO DEL LIQUIDO È MASSIMO.
POI HO MOTO PARABOLICO E POSSO CALCOLARE LA VELOCITÀ DOPO $\ell = 50$ cm (LUNGO y) DI CADUTA SFRUTTANDO I SOLITI TEOREMI DI BERNOULLI E DI COSTANZA DELLA PORTATA:

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g H = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_\ell^2 + \rho g (H - \ell)$$

$$\Rightarrow v_\ell^2 = v_2^2 + 2g(H - H + \ell) \qquad \Rightarrow v_\ell^2 = v_2^2 + 2g\ell$$

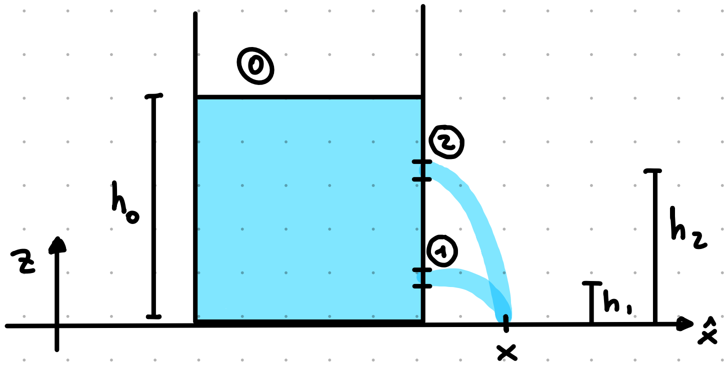
$$\Rightarrow v_\ell = \sqrt{v_2^2 + 2g\ell} \qquad \Rightarrow v_\ell = 6.99 \ m/s$$

$$S v_2 = S_\ell v_\ell \quad \Rightarrow \quad \frac{S_\ell}{S} = \frac{v_2}{v_\ell} = 0{,}89$$

LA VARIAZIONE PERCENTUALE È DUNQUE

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{S - S_\ell}{S} = 1 - \frac{S_\ell}{S} = 0{,}11 \quad \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta S}{S} = 11\ \%}$$

PER L'ULTIMO PUNTO HO



PER TROVARE UNA RELAZIONE TRA LE ALTEZZE DEVO TROVARE UNA RELAZIONE TRA LE VELOCITÀ DI USCITA. USO BERNOULLI PER ENTRAMBI:

$$\begin{cases} p_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^2 + \rho g h_0 = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 \\ p_0 + \frac{1}{2}\rho v_0^2 + \rho g h_0 = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 \end{cases}$$

COSTANZA DELLA PORTATA: $S v_0 = s_{1,2} v_{1,2} \Rightarrow S \gg s \Rightarrow v_{1,2} \gg v_0$

DUNQUE

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\rho v_1^2 = \rho g (h_0 - h_1) \\ \frac{1}{2}\rho v_2^2 = \rho g (h_0 - h_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1^2 = 2g(h_0 - h_1) \\ v_2^2 = 2g(h_0 - h_2) \end{cases}$$

MI SERVE RELAZIONARE $\vec{v} = v_i \hat{x}$ CON x. USO IL MOTO PARABOLICO E IN PARTICOLARE RELAZIONO LA GITTATA CON v_i:

$$\begin{cases} x(t) = v_i t \\ y(t) = h_i - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_G = v_i t_v \\ 0 = h_i - \frac{1}{2} g t_v^2 \end{cases} ; \begin{cases} x_G \equiv x \Rightarrow t_v = x / v_i \\ t_v^2 = 2h_i / g \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{v_i^2} = \frac{2h_i}{g} \Rightarrow x^2 = \frac{2h_i}{g} v_i^2$$

PER CUI HO

$$\begin{cases} x^2 = \dfrac{2h_1}{g} v_1^2 \\ x^2 = \dfrac{2h_2}{g} v_2^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{2h_1}{g} v_1^2 = \frac{2h_2}{g} v_2^2$$

$$\Rightarrow 2h_1 2g(h_0 - h_1) = 2h_2 2g(h_0 - h_2)$$

$$\Rightarrow h_1(h_0 - h_1) = h_2(h_0 - h_2)$$

CHE HA SOLUZIONI :

$$-h_1^2 + h_0 h_1 - h_2(h_0 - h_2) = 0$$

$$h_1^2 - h_0 h_1 + h_2(h_0 - h_2) = 0$$

$$h_1^{(1,2)} = \frac{h_0 \pm \sqrt{h_0^2 - 4h_2(h_0 - h_2)}}{2}$$

NOTO: $x^2 = \dfrac{2h_2}{g} v_2^2 = 4h_2(h_0 - h_2)$

$$\Rightarrow h_1^{(1,2)} = \frac{h_0 \pm \sqrt{h_0^2 - x^2}}{2}$$

SOLUZIONE TROVATA PER h_1, MA È IDENTICA PER h_2, E IN GENERALE SCRIVO

$$\boxed{y = \frac{h_0 \pm \sqrt{h_0^2 - x^2}}{2}}$$

DA

$$h_1 (h_0 - h_1) = h_2 (h_0 - h_2)$$

VEDIAMO ANCHE LA RELAZIONE TRA h_1, h_2 ED h_0:

$h_1 = h_2$ → CHE NON HA SIGNIFICATO

$$h_1 = h_0 - h_2 \Rightarrow \boxed{h_1 + h_2 = h_0}$$

5

$\rho_o = 0{,}91\ g/cm^3$

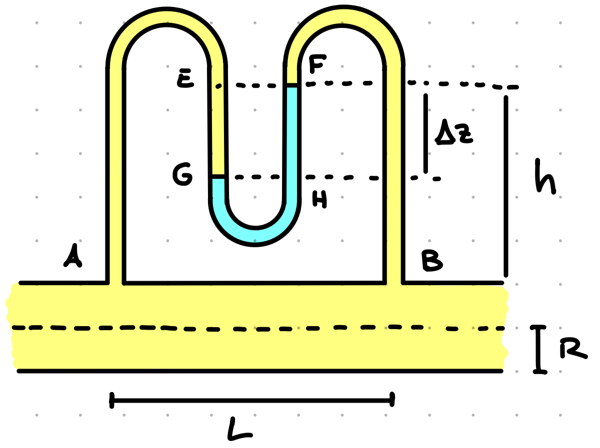
$\eta = 0.2\ Pa\ s$

$\rho_{Hg} = 13.6\ g/cm^3$

$\Delta z = 14\ cm$

DETERMINA:

- COME SCORRE L'OLIO
- Δp TRA A E B
- $R = 3\ cm$, $L = 5\ m$ DETERMINA Q E v_m (REGGIME LAMINARE)
- POTENZA PER MANTENERE IL FLUSSO



DO DEI NOMI AI VARI LIVELLI PER COMODITÀ.

PER UN FLUIDO REALE IN MOTO LAMINARE E REGIME STAZIONARIO CONOSCO HAGEN-POISEUILLE

$$Q = \frac{\pi R^4 (p_1 - p_2)}{8 \eta L}$$

COME TROVARE LA VELOCITÀ MEDIA: $v_m = \frac{Q}{\pi R^2}$

E LA CADUTA DI PRESSIONE PER UNITÀ DI LUNGHEZZA: $\frac{\Delta p}{L} = \frac{8 \eta v_m}{R^2}$

DEVO DUNQUE CAPIRE QUANTO VALE Δp TRA A E B.
USO BERNOULLI IN UN PUNTO ALLA BASE DEL MANOMETRO MA CONSIDERANDO I PUNTI EF, GH CHE SONO A COPPIE SULLA STESSA SUPERFICIE ISOBARA.

$$\begin{cases} p_A + \frac{1}{2}\rho_0 v_A^2 = p_B + \frac{1}{2}\rho_0 v_B^2 \\ p_A = p_E + \rho_0 g h \\ p_B = p_F + \rho_0 g h \end{cases}$$

MA VEDO $\begin{cases} p_G = p_E + \rho_0 g \Delta z \\ p_H = p_F + \rho_{Hg} g \Delta z \end{cases}$

GH SONO ISOBARE $\Rightarrow p_G = p_H$

$$p_E + \rho_0 g \Delta z = p_F + \rho_{Hg} g \Delta z$$

$$\Rightarrow p_E - p_F = g \Delta z (\rho_{Hg} - \rho_0)$$

VEDO CHE $\rho_{Hg} - \rho_0 > 0 \Rightarrow p_E - p_F > 0$

PER CUI VEDO CHE

$$p_A - p_B = p_E + \rho_0 g h - p_F - \rho_0 g h = p_E - p_F > 0 \Rightarrow p_A - p_B > 0$$

DUNQUE IL FLUIDO <u>SCORRE DA A VERSO B.</u>

POSSO CALCOLARE

$$\Delta p = p_A - p_B = g \Delta z (\rho_{Hg} - \rho_o) = 17\,428,45 \text{ Pa}$$

DUNQUE OTTENGO

$$Q = \frac{\pi R^4 (p_A - p_B)}{8 \eta L} = \boxed{0,0055 \ m^3/s = 5,544 \ l/s}$$

$$\boxed{v_m = \frac{Q}{\pi R^2} = 1,96 \ m/s}$$

IL NUMERO DI REYNOLDS È $\mathcal{R} = \dfrac{2 \rho v R}{\eta} = 535$

HO MOTO LAMINARE SE $\mathcal{R} < 2300$.

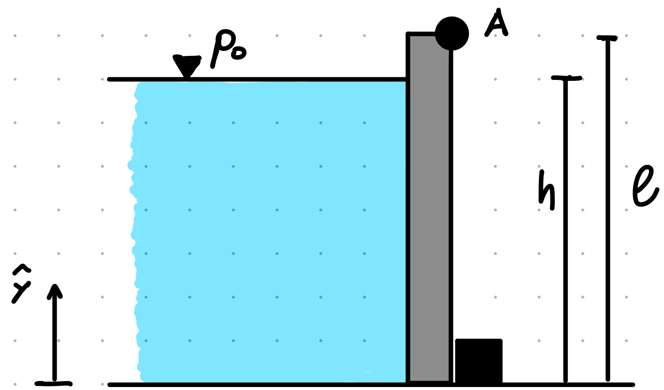
LA POTENZA PER MANTENERE IL FLUSSO (Q) È:

$$\boxed{P = Q \Delta p = 95,85 \ W}$$

6

$\ell = 5\ m$

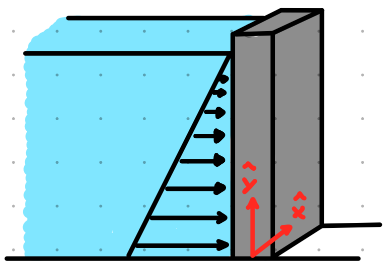
$h = 4\ m$



CONOSCO LA LEGGE DI STEVINO:

$$p(y) = \rho g y$$ (p_0 È BILANCIATA DALL'ALTRO LATO DELLA PARETE)

CHE MI PERMETTE DI AVERE IL PROFILO DI PRESSIONE



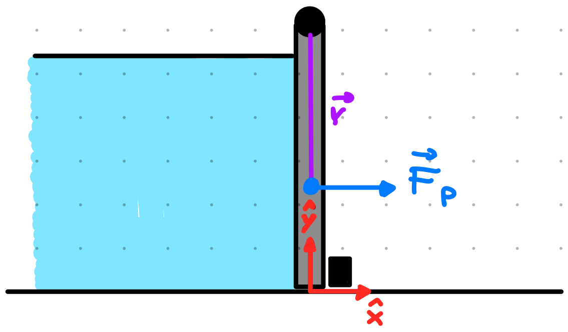
POSIZIONO L'ORIGINE DEGLI ASSI DOV'È POSIZIONATA LA PARETE E TRASCURANDO LO SPESSORE HO CHE IL PUNTO DI APPLICAZIONE DELLE FORZE DI PRESSIONE LO POSSO CALCOLARE FACILMENTE INSIEME ALL'ESPRESSIONE DELLA FORZA DI PRESSIONE.

$$dF = p(y)\,dA = p(y)\,\ell\,dy \Rightarrow F_p = \ell \int_0^h \rho g y\,dy = \ell \rho g \frac{h^2}{2} = 392400\ N$$

SO CHE IL CENTRO DI SPINTA PASSA PER IL BARICENTRO DEL "SOLIDO" DELLE FORZE DI PRESSIONE.
PER UN TRIANGOLO RETTANGOLO (VEDI LIBRO) HO

$$\vec{r}_{CM} = \left(\frac{\ell}{2}, \frac{h}{3}\right)$$ DALLA BASE

QUINDI F_p È APPLICATA NEL PUNTO $CM = (x_{CM}, y_{CM})$. CONSIDERANDO LA CERNIERA IN A, IL BRACCIO DEL MOMENTO GENERATO È:



$$|\vec{r}| = \ell - y_{cm} = \ell - \frac{h}{3} = 3.66 \text{ m}$$

IL MOMENTO SARÀ USCENTE E IN MODULO

$$M_p = r F_p = 1\,438\,800 \text{ Nm}$$

LA FORZA APPLICATA IN D SARÀ:

$$F_D = \frac{M_p}{r_D} = \frac{M_p}{\ell} = 287760 \text{ N} = \boxed{287{,}760 \text{ kN}}$$

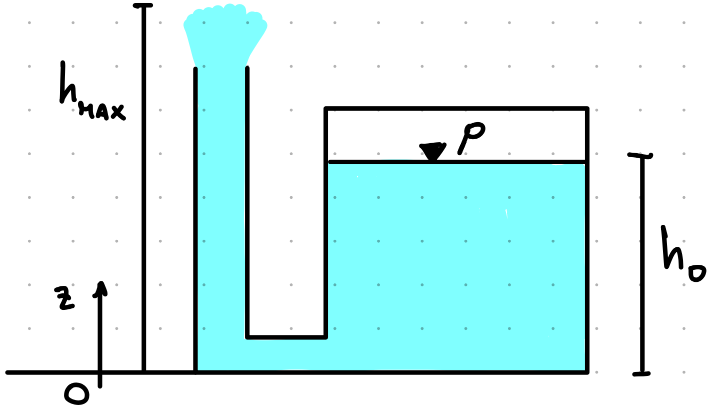
7

$\rho = \frac{4}{5} \rho_{H_2O}$

$h_0 = 20$ mm

$p = 1.5$ bar $= 151987,5$ Pa (RELATIVA)

DETERMINA : • h_{MAX}



ATTENZIONE CHE p È RELATIVA $\Rightarrow$ QUELLA DA USARE È $p' = p + p_0 = 2.5$ atm

USO BERNOULLI TRA IL PELO LIBERO E h_{MAX}

$$p' + \underbrace{\frac{1}{2}\rho v_0^2}_{\sim 0 \text{ FLUIDO FERMO}} + \rho g h_0 = p_0 + \underbrace{\frac{1}{2}\rho v_{max}^2}_{\sim 0 \text{ PUNTO DI MASSIMO}} + \rho g h_{max}$$

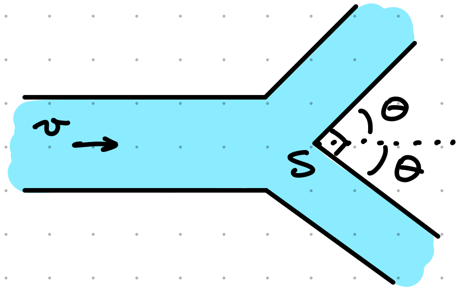
$$\Rightarrow \boxed{h_{MAX} = \frac{p' - p_0}{\rho g} + h_0 = 39,37 \text{ m}}$$

8

$Q = 4 \, m^3/s$

$v = 4 \, m/s$

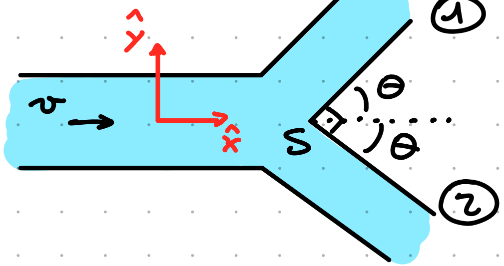
$\theta = 45°$



DETERMINA: • F SU S

COME AL SOLITO PER CALCOLARE LA FORZA DEVO SFRUTTARE IL TEOREMA DELL'IMPULSO.

$$\vec{v}_{\hat{x}} = v\hat{x}$$



POI SO CHE IL GETTO SI DIVIDE PERFETTAMENTE A METÀ, PER CUI:

$$S_1 = S_2 = S/2$$

PROBABILMENTE SBAGLIO QUI

E CIÒ MI PERMETTE DI CALCOLARE LE VELOCITÀ NEI DUE CANALI. PRIMA PERÒ TROVO LE SEZIONI:

$$Q = vS \Rightarrow S = Q/v = 1 \, m^2$$

COSÌ

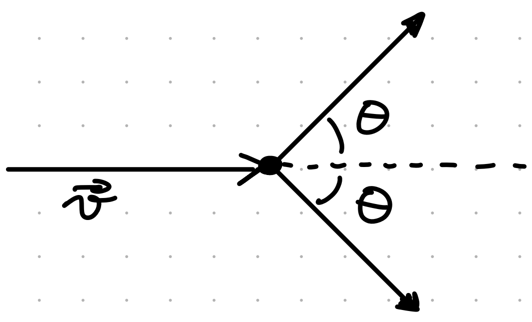
$$S_1 = S_2 = 0,5 \, m^2$$

DUNQUE

$$vS = v_i S_i \Rightarrow v_i = v\frac{S}{S_i} = 2v = 8\ m/s$$

MA DEVO TROVARE LE COMPONENTI

$$\vec{v}_1 = v_1 \cos\theta\,\hat{x} - v_1 \sin\theta\,\hat{y} = (5,66\,\hat{x} - 5,66\,\hat{y})\ m/s$$



$$\vec{v}_2 = (5,66\,\hat{x} + 5,66\,\hat{y})\ m/s$$

DEVO TROVARE

$$\Delta p_x = \Delta m\,\Delta v_x \qquad \Delta p_y = \Delta m\,\Delta v_y = 0 \qquad (\Delta v_y = 0)$$

IN CUI

$$\Delta v_x = (v_{1x} + v_{2x}) - v = 7,32\ m/s$$

$$\Delta m = Q\,\Delta t \Rightarrow \Delta m = vS\rho\,\Delta t$$

DUNQUE

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}_x}{\Delta t} = \vec{v} S \rho\,\Delta v_x = (29,28\ kN)\,\hat{x}$$

IL RISULTATO DOVREBBE ESSERE $(4.69\ kN)\,\hat{x}$

ESERCITAZIONE 8

1

$\Delta z = 70 \ m$

$P = 100 \ kW$

$\eta = 83\%$

$H_v = 10 \ m$

DETERMINA:
- Q_{MAX}
- Q CON H_v

PER PRIMA COSA VEDO QUANTA POTENZA DEVE EROGARE

$$P = \eta P' \Rightarrow P' = \frac{P}{\eta} = 120,48 \ kW$$

IN PIÙ SO $P' = \rho g Q \Delta z \Rightarrow$

$$\boxed{Q = \frac{P'}{\rho g \Delta z} = 0,175 \ m^3/s}$$

SE HO DELLE PERDITE DI CARICO LA PREVALENZE (IL DISLIVELLO) VIENE IN PARTE USATA PER SOPPERIRE ALLE PERDITE:

$$\Delta z' = \Delta z - H_v = 60 \ m$$

$$\Rightarrow \boxed{Q' = \frac{P'}{\rho g \Delta z'} = 0,204 \ m^3/s}$$

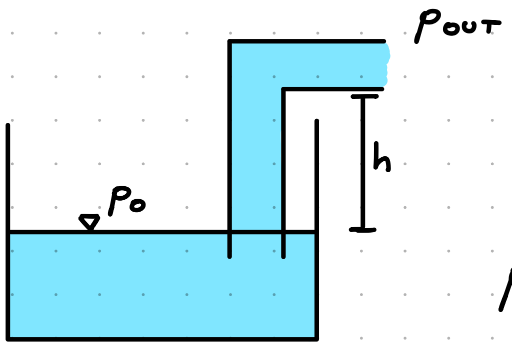
2

$h = 6.5\ m$

$Q = 600\ \ell/min$

$d = 4\ cm$

DETERMINA :
- POTENZA E PREVALENZA
- SE $\eta = 80\%$
- SE VISCOSITÀ $\tilde{\eta} = 8.5$ POISE $H_v = 6\ mca/km$ (mca = METRI DI COLONNA D'ACQUA)
- RIPETI PER $h = 13\ m$
- h_{MAX} DI SOLLEVAMENTO?



POSSO CALCOLARE LA PREVALENZA. PRIMA MI SERVE LA VELOCITÀ IN USCITA

$$v_{OUT} = \frac{Q}{S} = 7,958\ m/s$$

POSSO APPLICARE BERNOULLI MOLTIPLICATO PER Q:

$$p_{in} Q + \frac{1}{2}\rho Q v_{in}^2 + \rho Q g h_{in} + W - W_{VISC} = p_{OUT} Q + \frac{1}{2}\rho Q v_{OUT}^2 + \rho Q g h_{OUT}$$

HA $v_{IN} = 0$, $p_{IN} = p_{OUT}$, $h_{IN} = 0$, $W_{VISC} = 0$, $h_{OUT} = h$

$$W = \frac{1}{2}\rho Q v_{OUT}^2 + \rho g Q h = \boxed{954,29\ W}$$

LA PREVALENZA DELLA POMPA È

$$\boxed{H = \frac{W}{Q\rho g} = 9,728\ m}$$

SE POMPA + TURBINA HA $\eta = 80\%$ ALLORA HO

$$\boxed{W' = \frac{W}{\eta} = 1192.86 \ W}$$

$$\boxed{H' = \frac{W'}{Q\rho g} = \frac{H}{\eta} = 12,16 \ m}$$

HO LE PERDITE DI CARICO $H_v = 6 \ mca/km$, DEVO CONVERTIRE I mca IN UDM DI PRESSIONE E LO FACCIO USANDO STEVINO.

NON SO FARE QUESTA PARTE

SE HO UNA POMPA DI ASPIRAZIONE MA CON IL VUOTO IN USCITA, ALLORA, SEMPRE USANDO BERNOULLI

$v_{OUT} = 0 \qquad p_{OUT} = 0 \qquad p_0 Q = \frac{1}{2} \rho Q v_{OUT}^2 + \rho g h_{MAX} Q$

$$\Rightarrow \rho g h_{MAX} = p_0 \Rightarrow \boxed{h_{MAX} = \frac{p_0}{\rho g} = 10,33 \ m}$$

3 $d = 2\,mm$ DETERMINA:

$L = 2\,m$

$\eta = 10^{-3}\ Pa\,s$

$Q = 1\ cm^3/s$

- v_m NEL TUBO
- MOTO LAMINARE O TURBOLENTO?
- RESISTENZA IDRAULICA, Δp AI CAPI E POTENZA
- $\ell = 10\ cm$ $d' = d/2$
- $\Delta P / P$ PER $Q = cost$

POSSO CALCOLARE LA VELOCITÀ MEDIA

$$v_m = \frac{Q}{S} \Rightarrow \boxed{v_m = \frac{4Q}{\pi d^2} = 0{,}318\ m/s}$$

CALCOLO IL NUMERO DI REYNOLDS:

$$\boxed{R = \frac{2\rho v r}{\eta} = \frac{\rho v d}{\eta} = 636}$$

$R < 2300 \Rightarrow$ <u>MOTO LAMINARE</u>

LA RESISTENZA IDRODINAMICA È $R = \frac{\Delta p}{Q}$, PER CUI MI SERVE Δp MA CHE POSSO PRENDERE DA v_m (USANDO HAGEN-POISEUILLE ERA IMMEDIATO $\Delta p / Q$)

$$v_m = \frac{Q}{S} = \frac{r^2 \Delta p}{8 \eta L} \Rightarrow \boxed{\Delta p = \frac{8 \eta v_m L}{r^2} = \frac{32 \eta v_m L}{d^2} = 5088\ Pa}$$

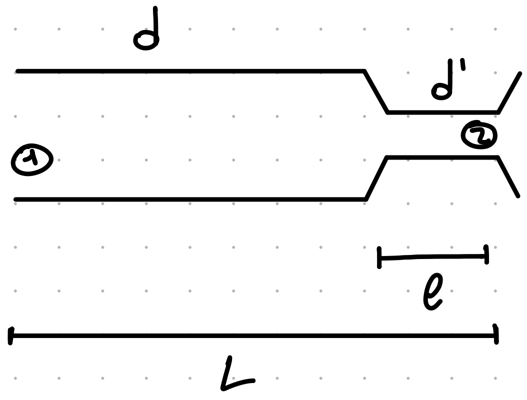
DUNQUE LA RESISTENZA È

$$\boxed{R = \frac{\Delta p}{Q} = 5{,}088 \cdot 10^9\ \frac{Pa\,s}{m^3}}$$

POSSO CALCOLARE ANCHE LA POTENZA

$$\boxed{P = Q\,\Delta p = 0{,}005088\ W = 5{,}088\ mW}$$

ORA HO



TUBO DI DIAMETRO d LUNGO $L - l$

TUBO DI DIAMETRO $d' = d/2$ LUNGO l

$\Rightarrow$ HO I CONDOTTI IN SERIE

$\Rightarrow$ $R_{TOT} = R_1 + R_2$

USO HAGEN-POISEUILLE :

$$Q = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 \eta L} \Rightarrow \frac{\Delta p}{Q} = \frac{8 \eta L}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^4} = \frac{16 \cdot 8\, \eta L}{\pi d^4} = \frac{128\, \eta L}{\pi d^4}$$

DUNQUE

$$R_1 = \frac{128\, \eta\, (L - l)}{\pi d^4} = 4{,}838 \cdot 10^9\ Pa\, s/m^3$$

$$R_2 = \frac{128\, \eta\, l}{\pi d^4}\, 2^4 = 4{,}074 \cdot 10^9\ Pa\, s/m^3$$

COSI

$$\boxed{R_{TOT} = R_1 + R_2 = 8{,}912 \cdot 10^9\ Pa\, s/m^3}$$

PER MANTENERE Q COSTANTE VALUTO LA POTENZA IN QUESTA SITUAZIONE:

$$P = Q\Delta p \qquad \text{MA} \qquad R = \frac{\Delta p}{Q} \Rightarrow \Delta p = RQ$$

$$\Rightarrow P = Q^2 R$$

AVRÒ P EROGATA SENZA STROZZATURA (QUELLA GIÀ TROVATA) E $P' = Q^2 R_{TOT}$ QUELLA DI ADESSO. POSSO VEDERE CHE SE Q = COST:

$$\Delta P = P' - P = Q^2 (R_{TOT} - R)$$

E DUNQUE

$$\boxed{\frac{\Delta P}{P} = \frac{R_{TOT} - R}{R} = 0,752 \Rightarrow 75\%}$$

4

ANELLO : RAME
$m = 20\ g$
$T_1 = 0°C$
$D = 2,54\ cm$
$\alpha_{cu} = 17 \cdot 10^{-6}\ °C^{-1}$
$c_{cu} = 386\ J/kg\,K$

SFERA : ALLUMINIO
$T_2 = 100\ °C$
$d = 2,54508\ cm$
$\alpha_{AL} = 23 \cdot 10^{-6}\ C^{-1}$
$c_{AL} = 900\ J/kg\,K$

A $T_2 = T_{EQ}$ $\quad d' \to D'$

DETERMINA : LA MASSA DELLA SFERA M

POSSO USARE LA LEGGE BASE DELLA CALORIMETRIA E IL FATTO CHE IL CALORE ASSORBITO DA UNO È IL CALORE CEDUTO DALL'ALTRO

$$Q_1 = m\,c_{cu}(T_E - T_1)$$
$$Q_2 = M\,c_{AL}(T_E - T_2)$$
$$\Rightarrow Q_1 = -Q_2$$

$$\Rightarrow m\,c_{cu}(T_E - T_1) = M\,c_{AL}(T_2 - T_E) \Rightarrow M = \frac{m\,c_{cu}(T_E - T_1)}{T_2 - T_E}$$

MA SERVE LA TEMPERATURA DI EQUILIBRIO. LA TROVO EGUAGLIANDO I DIAMETRI FINALI :
(DILATAZIONE LINEARE

$$D' = D(1 + \alpha_{cu}(T_E - T_1)), \qquad \alpha_{cu} = \frac{1}{D}\frac{\Delta D}{\Delta T}$$
$$d' = d(1 + \alpha_{AL}(T_E - T_2)), \qquad \alpha_{AL} = \frac{1}{d}\frac{\Delta d}{\Delta T}$$

$$\Rightarrow D' = d' \quad \Rightarrow \quad D + \alpha_{CU} D (T_E - T_1) = d + \alpha_{AL} d (T_E - T_2)$$

$$\Rightarrow T_E (\alpha_{CU} D - \alpha_{AL} d) = d - D + \alpha_{CU} D T_1 - \alpha_{AL} d T_2$$

$$\Rightarrow T_E = \frac{D(\alpha_{CU} T_1 - 1) + d(1 - \alpha_{AL} T_2)}{\alpha_{CU} D - \alpha_{AL} d} = 50,38 \ {}^{\circ}C = \boxed{323,53 \ K}$$

così:

$$\boxed{M = \frac{m C_{CU} (T_E - T_1)}{T_2 - T_E} = 7,838 \ Kg}$$

5

INTERNO - CEMENTO - MURATURA DI MATTONI - INTONACO DI GESSO - ESTERNO

$T_I = 15°C$ $\quad s_1 = 40\ mm$, $k_1 = 1{,}4\ W/mK$ $\quad s_2 = 120\ mm$, $k_2 = 0.89\ W/mK$ $\quad s_3 = 20\ mm$, $k_3 = 0.350\ W/mK$ $\quad T_E = 5°C$

DETERMINA :

- POTENZA CHE FLUISCE PER UNITÀ DI SUPERFICIE
- S_I DA AGGIUNGERE ($k_I = 0{,}038\ W/mK$) T.C. $P' = P/10$
- DISEGNO $T(x)$

CONOSCO LA RELAZIONE

$$T_{i-1} - T_i = \left(\frac{\Delta x_i}{k_i A}\right)\frac{dQ}{dt} = R_i \frac{dQ}{dt} \Rightarrow T_0 - T_m = \frac{dQ}{dt}\sum_i R_i$$

ABBIAMO RESISTENZE TERMICHE IN SERIE, DUNQUE POSSIAMO CALCOLARLE

$$R_i = \frac{\Delta x_i}{k_i A}$$ NOI CHIAMIAMO $\Delta x_i = s_i$ SPESSORE E $A = 1\ m^2$

$$\Rightarrow R_{TOT} = \sum_i R_i = R_1 + R_2 + R_3 = \frac{s_1}{k_1} + \frac{s_2}{k_2} + \frac{s_3}{k_3} = 2{,}89 \cdot 10^{-4}\ K/W$$

DUNQUE LA POTENZA SARÀ (PER UNITÀ DI SUPERFICIE)

$$\boxed{P = \frac{T_0 - T_m}{R_{TOT}} = \frac{T_I - T_E}{R_{TOT}} = 34{,}6\ kW}$$

POSSO VEDERE ORA : $P' = P/10 = 3460{,}2\ W$

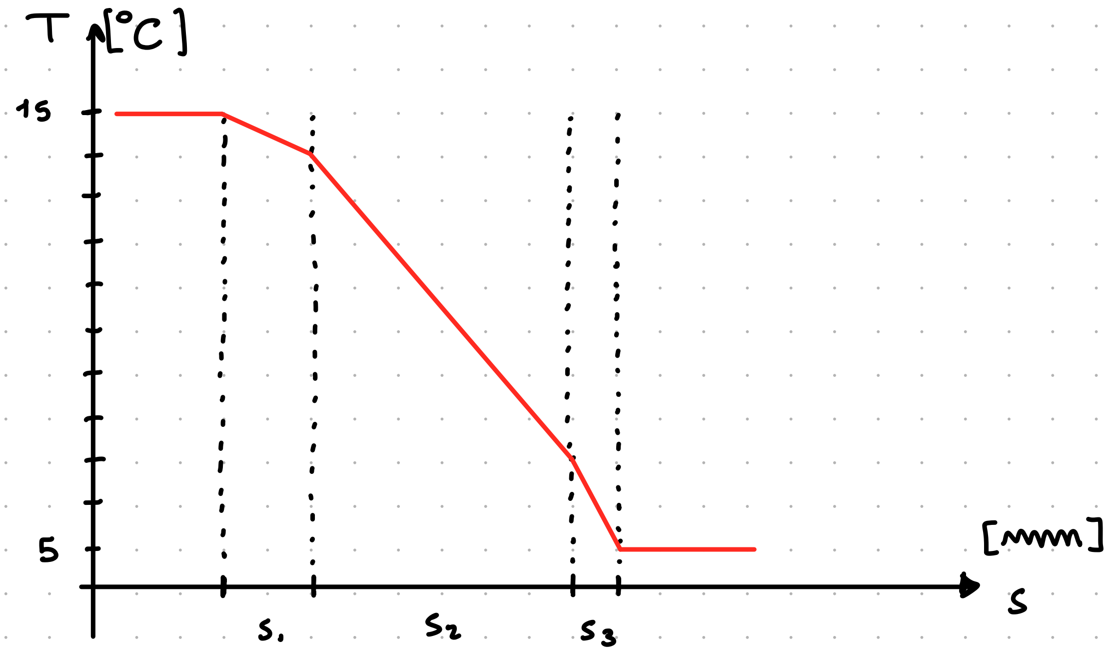
E POSSO VEDERE $P' = \Delta T / R'_{TOT} \Rightarrow R'_{TOT} = \frac{\Delta T}{P'}$

$$\Rightarrow R'_{TOT} = \frac{s_1}{k_1} + \frac{s_2}{k_2} + \frac{s_3}{k_3} + \frac{x}{k_I} = \frac{\Delta T}{P'}$$

$$\Rightarrow x = k_I \left(\frac{\Delta T}{P'} - \frac{s_1}{k_1} - \frac{s_2}{k_2} - \frac{s_3}{k_3} \right) = k_I \left(\frac{\Delta T}{P'} - R_{TOT} \right) = \boxed{98,84 \text{ mm}}$$

POSSO FARE IL GRAFICO $T(x)$. LO FACCIO SENZA L'ISOLANTE. GRAZIE A P POSSO CALCOLARE IL ΔT PER OGNI SPESSORE:

$$\begin{cases} P = 34,602 \text{ kW} \\ R_1 = s_1/k_1 = 2,857 \cdot 10^{-5} \text{ K/W} \\ R_2 = s_2/k_2 = 2,0339 \cdot 10^{-4} \text{ K/W} \\ R_3 = s_3/k_3 = 5,714 \cdot 10^{-5} \text{ K/W} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta T_1 = 0,988 \text{ °C} \\ \Delta T_2 = 7,038 \text{ °C} \\ \Delta T_3 = 1,977 \text{ °C} \end{cases}$$



6

$M = 100\ g$ H_2O

$T_A = 25\ °C = 298{,}15\ K$

$m = 12\ g$ GHIACCIO

$T_g = -18\ °C = 255{,}15\ K$

$\lambda_A = 80\ cal/g$

$c_g = 2040\ J/kg\,°C$

DETERMINA:

- LA T DELL'ACQUA QUANDO IL GHIACCIO SI FONDE
- Q PER FONDERE IL GHIACCIO
- $T_{EQUILIBRIO}$, IL GHIACCIO SI SCIOGLIE COMPLETAMENTE?

CONOSCO LE RELAZIONI:

$$\begin{cases} Q = mc(T_F - T_i) \\ Q = m\lambda \end{cases}$$

MI INTERESSA SAPERE COS'HO QUANDO $T_{Fg} = 0\ °C$ (I CALORI SCAMBIATI SARANNO UGUALI ED OPPOSTI)

$$\Rightarrow Mc_a(T_1 - T_A) = -3mC_g(T_{Fg} - T_g)$$

$$\Rightarrow \boxed{T_1 = \frac{3mC_g}{Mc_a}(T_g - T_{Fg}) + T_A = 21{,}84\ °C}$$

CON $C_g = 2040\ J/kg\,°C$

$C_a = 4186\ J/kg\,°C$

PER FONDERE TUTTO IL GHIACCIO HO BISOGNO DI:

$$\boxed{Q_f = 3m\lambda_A = 12{,}056 \text{ kJ}}$$

$$\lambda_A = 80 \text{ cal/g} = 334\,880 \text{ J/kg}$$

MA QUESTO È IL CALORE CHE DEVE CEDERE L'ACQUA AL GHIACCIO PER FONDERE. MA IL GHIACCIO È GIÀ A $T_{Fg} = 0°C$. PERÒ IL GHIACCIO NON PARTE DA T_{Fg} MA DA $T_g = -18°C$, PER CUI DEVE PRIMA ASSORBIRE IL CALORE

$$|Q_1| = |M c_A (T_1 - T_A)| = 105{,}822 \text{ kJ}$$

PER ARRIVARE A T_{Fg} E POI COMINCIARE A FONDERE.

POSSO VEDERE SE IL GHIACCIO FONDE TUTTO. IL CALORE TOTALE DI CUI HA BISOGNO PER FONDERE TUTTO È

$$Q_1 + Q_F = 117{,}878 \text{ kJ}$$

L'ACQUA FORNISCE Q_1 E ARRIVA A T_1, MA POI PUÒ AL MASSIMO ARRIVARE A $T_{Fg} = 0°C$ POICHÈ AL DI SOTTO CAMBIEREBBE FASE. TRA T_1 E T_{Fg} CEDE CALORE

$$|Q_2| = |M c_A (T_{Fg} - T_1)| = 9{,}142 \text{ kJ}$$

DUNQUE COMPLESSIVAMENTE L'ACQUA CEDE

$$Q_A = |Q_1| + |Q_2| = 114,964 \text{ kJ}$$

CHE È MINORE DI $Q_1 + Q_F$, DUNQUE IL GHIACCIO NON SI FONDE TUTTO. POSSO TROVARE m_x CHE SI FONDE:

$$Q_2 = m_x \lambda \implies \boxed{m_x = \frac{Q_2}{\lambda} = 0,027 \text{ Kg} = 27,29 \text{ g}}$$

QUINDI RIMANE $m_g = 3m - m_x = 8,71$ g DI GHIACCIO NON FUSO

CONTINUA ALL'ES 1 DELL'ESERCITAZIONE 9 CON IL CALCOLO DELL'ENTROPIA.

7

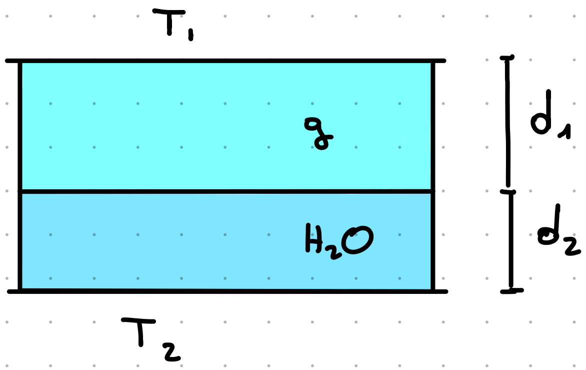
$T_1 = -7\,°C$

$T_2 = 20\,°C$

DETERMINA d_1/d_2

$k_g = 5{,}3 \cdot 10^{-3}\ cal/K\,cm\,s$

$k_A = 1{,}4 \cdot 10^{-3}\ cal/K\,cm\,s$



DELLA CONDUZIONE TERMICA SO:

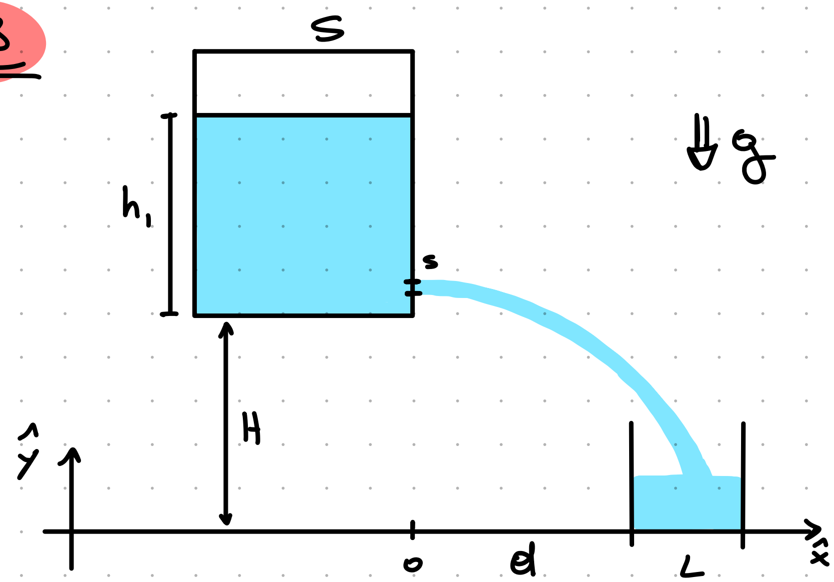
$$T_0 - T_m = \frac{dQ}{dt}\sum_i R_i = \frac{dQ}{dt}\sum\left(\frac{\Delta x_i}{k_i A}\right) \quad , \quad \frac{dQ}{dt} = P$$

IN CONDIZIONI STAZIONARIE. R_i È LA RESISTENZA TERMICA

$$\Rightarrow \begin{cases} R_g = \dfrac{d_1}{k_g A} \\ R_A = \dfrac{d_2}{k_A A} \end{cases} \Rightarrow \frac{R_g}{R_A} = \frac{d_1}{k_g}\frac{k_A}{d_2} = \frac{d_1}{d_2}\frac{k_A}{k_g}$$

NON SO CONCLUDERE

8



$S = 0.6\ m^2$

$H = 3\ m$

$s \ll S,\ h_1$

$\rho = 0.8\ g/cm^3$

$d = 90\ cm$

$L = d/2$

DETERMINA:
- v_m DI ABBASSAMENTO IN $\Delta t = 60 s$ E V_{RACC}
- h_1 MAX
- $\Delta p / \Delta t$

DALL' EQUAZIONE DI CONTINUITÀ VEDO $v_1 S = v_2 s \Rightarrow v_1 \ll v_2$

DETERMINO v_2 USANDO BERNOULLI:

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g (H + h_1) = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g H$$

$$\Rightarrow \rho g h_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2 g h_1} \qquad \text{(TORRICELLI)}$$

E QUESTA v_2 È LA VELOCITÀ INIZIALE CHE SI HA NEL MOTO PARABOLICO CHE IL FLUIDO FA PER ENTRARE NELLA VASCA CUBICA.

HO

$$\begin{cases} x(t) = v_2 t \\ y(t) = H - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

POSSO SCRIVERMI LA TRAIETTORIA:

$$\begin{cases} t = x/v_2 \\ y(x) = H - \dfrac{g}{2}\dfrac{x^2}{v_2^2} \end{cases} \Rightarrow \boxed{y(x) = H - \dfrac{g x^2}{2 v_2^2}}$$

POSSO TROVARE IL VOLUME RACCOLTO E LA v_m IN $\Delta t = 60$ s.
MI CHIEDO QUANDO $x(t)$ E $y(t)$ SONO DENTRO IL CONTENITORE.

CERCO IN PARTICOLARE h_2 AL TEMPO $t=0$ CHE CORRISPONDE ALL'ALTEZZA CHE HA IL FLUIDO QUANDO COMINCIA AD ENTRARE NEL RECIPIENTE ED h_3 AL TEMPO $t_1 = 60$ s ALTEZZA QUANDO IL FLUIDO NON RIEMPIE PIÙ IL RECIPIENTE.

ESTREMI CONTENITORE: (d, L) E $(d+L, L)$

$$\begin{cases} L = H - \dfrac{g d^2}{2 v_2^2} \\ L = H - \dfrac{g(d+L)^2}{2 v_2^2} \end{cases} \xRightarrow{v_2^2 = 2gh_i} \begin{cases} \dfrac{d^2}{4 h_3} = H - L \\ \dfrac{(d+L)^2}{4 h_2} = H - L \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} h_3 = \dfrac{d^2}{4(H-L)} \\ h_2 = \dfrac{(d+L)^2}{4(H-L)} \end{cases}$$

LA VARIAZIONE DI ALTEZZA È

$$h_2 - h_3 = \Delta h = \frac{d^2 + L^2 + 2dL - d^2}{4(H-L)} = \frac{L^2 + 2dL}{4(H-L)} = 0{,}099 \text{ m}$$

LA VARIAZIONE DI VOLUME È DUNQUE

$$\boxed{V = \Delta h \cdot S = 0{,}059 \text{ m}^3}$$

CHE È DI CONSEGUENZA IL VOLUME DI LIQUIDO RACCOLTO NEL CONTENITORE.

POSSO CALCOLARE LA VELOCITÀ MEDIA DI DISCESA:

$$\boxed{v_m = \frac{\Delta h}{\Delta t} = 0{,}00165 \text{ m/s}}$$

POSSO DETERMINARE $h_{1\,MAX}$ T.C. IL FLUIDO NON ESCA DAL RECIPIENTE.
BASTA IMPORRE

$$y(x = d+L) \equiv L \Rightarrow L = H - \frac{g(d+L)^2}{2v_2^2} \Rightarrow L = H - \frac{(d+L)^2}{4h_{1\,MAX}}$$

$$\Rightarrow \frac{(d+L)^2}{4h_{1\,MAX}} = H - L \Rightarrow \boxed{h_{1\,MAX} = \frac{(d+L)^2}{4(H-L)} = 0{,}179 \text{ m}}$$

$h_{1\,max} = h_2$ TROVATO PRIMA. QUANDO $h_1 \in [h_3, h_2]$ IL LIQUIDO VA NEL CONTENITORE.

POSSO DETERMINARE LA VARIAZIONE MEDIA (PER UNITÀ DI TEMPO) DELLA PRESSIONE SUL FONDO DELLA VASCA:

HO VISTO CHE IL VOLUME CHE ENTRA NELLA VASCA È

$$V = 0.059 \ m^3$$

CONOSCENDO $\rho = 0,8 \ g/cm^3$ POSSO TROVARE LA MASSA DI LIQUIDO CONTENUTO ALLA FINE NELLA VASCA

$$m = \rho V = \rho \frac{L^2 + 2dL}{4(H-L)} S = 47,647 \ Kg$$

LA VARIAZIONE MEDIA DI PRESSIONE PER UNITÀ DI TEMPO È

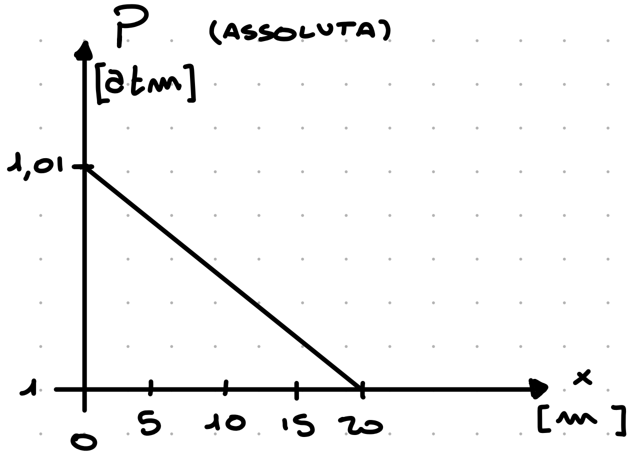
$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_F - p_I}{\Delta t}$$

CON $p_I = 0$ E $p_F = \frac{F}{A} = \frac{mg}{L^2} = 2308,236 \ Pa$

DUNQUE

$$\boxed{\frac{\Delta p}{\Delta t} = 38,470 \ Pa/s}$$

9



$r = 0.2\ cm$

$\rho = 0.9\ g/cm^3 = 900\ Kg/m^3$

$Q = 5\ \frac{cm^3}{s} = 5 \cdot 10^{-6}\ \frac{m^3}{s}$

DETERMINA:
- LA LUNGHEZZA DEL TUBO
- Δp AI CAPI
- PERDITA DI ENERGIA E PERDITA DI CARICO
- RESISTENZA IDRAULICA
- η

DAL GRAFICO VEDO SUBITO $\boxed{L = 20\ m}$ E $\boxed{\Delta p = 0,01\ atm}$

PER TROVARE LA PERDITA DI ENERGIA E DI CARICO USO BERNOULLI (MOLTIPLICATA PER Q):

$$p_1 Q + \frac{1}{2}\rho Q v_1^2 + \rho g h_1 - W_{visc} = p_2 Q + \frac{1}{2}\rho Q v_2^2 + \rho g h_2$$

MA HO $v_1 = v_2$ (COSTANZA DELLA PORTATA) E $h_1 = h_2$

$$\Rightarrow W_{visc} = Q\,\Delta p$$

LA PERDITA DI CARICO È QUINDI

$$H_v = \frac{W_{visc}}{\rho g Q} = \frac{\Delta p}{\rho g} =$$

DUNQUE

$$\Delta E = Q \Delta p = 0{,}005066 \quad J$$

IL VOLUME È $\Delta V = \pi r^2 \cdot L = 0{,}000251 \ m^3$

$$\Rightarrow \frac{\Delta E}{\Delta V} = 20{,}183 \ J/m^3$$

POSSO TROVARE LA RESISTENZA IDRAULICA $R = \frac{\Delta p}{Q} = 202{,}65 \cdot 10^6 \ \frac{Pa\,s}{m^3}$

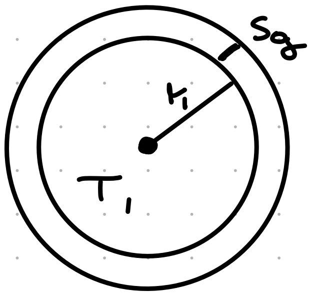
PER TROVARE LA VISCOSITÀ USO HAGEN-POISEUILLE:

$$Q = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 \eta L} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\eta = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 Q L} = 6{,}36 \cdot 10^{-5} \ Pa\,s}$$

10 r_1 , T_1 , s_g , T_2

DETERMINA :

- $\dfrac{d^2Q}{dt\,dL}$
- R/L
- DOVE (r) $T_x = T_1 + T_2/2$



T_2

$k_g = 0.2\ W/mK$, $T_1 = 50\ °C$, $T_2 = 10\ °C$, $s_g = 2\,cm$, $1\ cm$

CONOSCO

$$T_0 - T_m = \frac{dQ}{dt}\sum_i R_i = \frac{dQ}{dt}\sum\left(\frac{\Delta x_i}{k_i A}\right) \quad , \quad \frac{dQ}{dt} = P$$

$$\Rightarrow \quad \Delta T = \frac{dQ}{dt}\frac{dx}{k_g A} \quad , \quad A = 2\pi(r_1 + x)L$$

$$\Rightarrow \quad dT = \frac{dQ}{dt\,L}\frac{dx}{2\pi k_g (r_1 + x)} \quad \Rightarrow \quad \int_{T_1}^{T_2} dT = \frac{dQ}{dt\,L}\frac{1}{2\pi k_g}\int_0^{s_g}\frac{dx}{r_1 + x}$$

$$\Rightarrow \quad T_2 - T_1 = \frac{dQ}{dt\,L}\frac{1}{2\pi k_g}\ln\left(\frac{r_1 + s_g}{r_1}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{dQ}{dt\,L} = \frac{2\pi k_g \Delta T}{\ln\left(\frac{r_1 + S_g}{r_1}\right)} = \boxed{275{,}696 \quad W/m}$$

LA RESISTENZA TERMICA È

$$dR = \frac{dx}{k A} \quad , \quad A = 2\pi (r_1 + x) L$$

$$\Rightarrow \int_0^R dR = \frac{1}{k_g 2\pi L} \int_0^{S_g} \frac{dx}{r_1 + x} \Rightarrow R\Big|_{L=1m} = \frac{\ln\left(\frac{r_1 + S_g}{r_1}\right)}{2\pi k_g}$$

$$\Rightarrow \boxed{R = 0{,}145 \quad K/W\cdot m}$$

POSSO VEDERE A CHE DISTANZA HO $T = T_1 + T_2/2$:

$$\Delta T = \frac{dQ}{dt\,L} \frac{1}{2\pi k_g} \int_0^{r_0} \frac{dx}{r_1 + x} = \frac{dQ}{dt\,L} \frac{1}{2\pi k_g} \ln\left(\frac{r_1 + r_0}{r_1}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi k_g \Delta T}{\frac{dQ}{dt\,L}} = \ln\left(\frac{r_1 + r_0}{r_1}\right) \Rightarrow r_1 + r_0 = r_1 \exp\left(\frac{2\pi k_g \Delta T}{\frac{dQ}{dt\,L}}\right) = \boxed{0{,}1023 \quad m}$$