

Esercizi

# MECCANICA

# Esercizi EXTRA

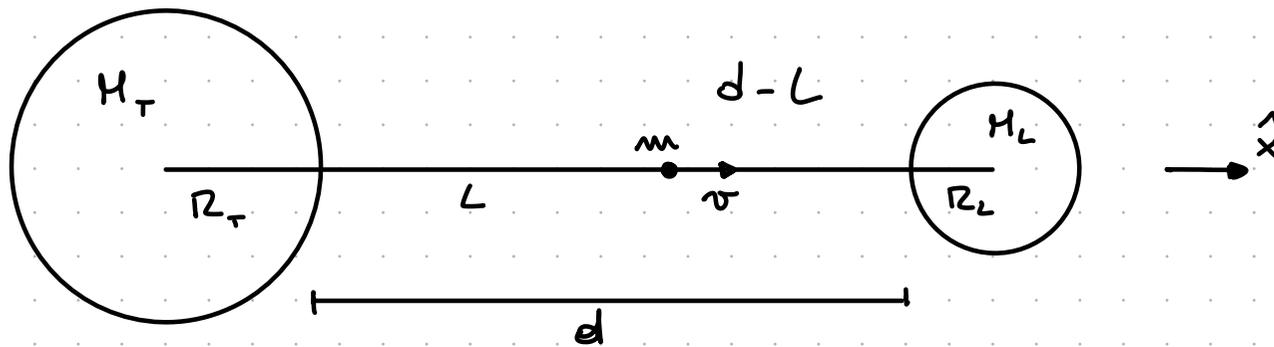
RACCOLGO ALCUNI ESERCIZI TROVATI DA VARIE FONTI. INDICO  
LA FONTE E RIPORTO IL TESTO COMPLETO.

1

Quale velocità (di fuga) minima deve avere un oggetto di massa  $m$  per essere mandato dalla Terra sulla Luna? Siano dati la costante di gravitazione universale  $G \simeq 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}$ , la massa della Terra  $M_T \simeq 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$ , la massa della Luna  $M_L \simeq 7,35 \times 10^{22} \text{ kg}$ , il raggio della Terra  $R_T \simeq 6.371 \text{ km}$ , il raggio della Luna  $R_L \simeq 1.737 \text{ km}$  e la distanza Terra-Luna  $d \simeq 384.400 \text{ km}$ .

$$[v \simeq 11,2 \text{ km/s}]$$

RAPPRESENTO LA SITUAZIONE



IN UN GENERICO PUNTO IL CORPO  $m$  SENTIRÀ SIA L'ATTRAZIONE GRAVITAZIONALE DELLA TERRA SIA QUELLA DELLA LUNA, QUINDI RISPETTO AL CASO DI  $v_{\text{FUGA}}$  SOLO DALLA TERRA MI ASPETTO UNA  $v_{\text{FUGA}}$  INFERIORE.

PER TROVARE LA VELOCITÀ DI FUGA DALLA TERRA UTILIZZO LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA TRA LA SUPERFICIE DELLA TERRA E L'OO, IN CUI IL POTENZIALE GRAVITAZIONALE È NULLO E IL CORPO SI È FERMATO. IN QUESTO PROBLEMA PROCEDO ALLO STESSO MODO, MA IMPONENDO LA CONSERVAZIONE TRA LA SUPERFICIE DELLA TERRA E IL PUNTO DISTANTE  $L$  DALLA

TERRA TALE PER CUI L'ATTRAZIONE DELLA TERRA È BILANCIATA  
 DALL'ATTRAZIONE DELLA LUNA. PER CUI TALE PUNTO È TALE CHE,  
 SE  $m$  HA ABBASTANZA  $v$  DA SUPERARLO, OLTRE DI ESSA  
 L'ATTRAZIONE LUNARE DOMINA ED  $m$  È ATTRATTO VERSO DI  
 ESSA.

OSS SI PUÒ UN ATTIMO RAGIONARE SU DOV'È  $L$ . PER TROVARLO  
 IMPONIAMO CHE I DUE POTENZIALI SIANO UGUALI

$$G \frac{M_T m}{R_T + L} = G \frac{M_L m}{R_L + d - L} \Rightarrow M_T (R_L + d - L) = M_L (R_T + L)$$

$$\Rightarrow L (M_T + M_L) = M_L R_T - M_T (R_L + d)$$

$$\Rightarrow L = \frac{M_T (R_L + d) - M_L R_T}{M_T + M_L} = 381363,38 \text{ Km}$$

VEDO CHE  $L < d \Rightarrow$  IL PUNTO  $L$  CHE CERCO SI TROVA TRA LA  
 LUNA E LA TERRA. PER ALCUNI VALORI DI MASSA  
 SAREBBE POTUTO CAPITARE CHE, IL PUNTO IN CUI I  
 POTENZIALI SI BILANCIANO, SI TROVASSE ALL'INTERNO DI  
 UNO DEI 2 PIANETI.

PER TROVARE  $v_{\text{FUGA}}$  USO LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA TRA LA  
 SUPERFICIE TERRESTRE E IL PUNTO  $L$ :

$$\frac{m}{2} v_{\text{FUGA}}^2 - G \frac{M_T m}{R_T} + G \frac{M_L m}{R_L + d} = -G \frac{M_T m}{R_T + L} + G \frac{M_L m}{R_L + d - L}$$

$$\Rightarrow v_{\text{FUGA}}^2 = 2G \left[ M_T \left( \frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_T+L} \right) + M_L \left( \frac{1}{R_L+d-L} - \frac{1}{R_L+d} \right) \right]$$

$$\Rightarrow v_{\text{FUGA}} = \sqrt{2G \left( \frac{M_T L}{R_T (R_T+L)} + \frac{M_L L}{(R_L+d)(R_L+d-L)} \right)} = 11179 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 11,18 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$