Esercizi

Meccanica

Esercizi a.a. 2021-2022

Argomenti:

- exe 1, 2, 3 — Cinematica
- exe 4, 5, 6 — Leggi della dinamica
- exe 7 — Lavoro ed energia
- exe 8, 9 — Sistemi di riferimento
- exe 10, 11, 12, 13, 14 — Corpo rigido
- exe 15 — Gravitazione

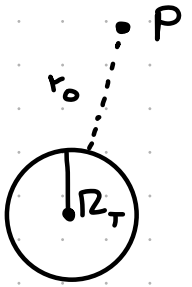
exe 15

15.1 VEDI LA PARTE DI TEORIA.

15.2 m, $P: r_0 = 5 \cdot 10^4$ km

M_T, R_T, $v_1 = v_0/2$

DETERMINA:
- v_{FIN}
- v_0
- SECONDO FUOCO



USO LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA PER TROVARE LA VELOCITÀ CON CUI TOCCA LA TERRA

$$-G\frac{mM_T}{r_0} = \frac{m}{2}v_{FIN}^2 - G\frac{mM_T}{R_T}$$

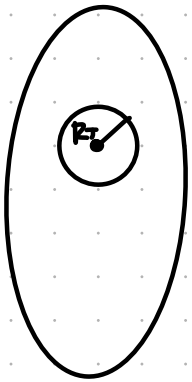
$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}v_{FIN}^2 = GM_T\left(\frac{1}{R_T} + \frac{1}{r_0}\right) = GM_T\frac{r_0 + R_T}{r_0 R_T}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{v_{FIN} = \sqrt{2GM_T\frac{r_0 - R_T}{r_0 R_T}}}$$

PER TROVARE LA VELOCITÀ CHE DEVE AVERE PER PERCORRERE UN ORBITA DI RAGGIO r_0 USO LA 2° LEGGE DI NEWTON CON ATTRAZIONE GRAVITAZIONALE E FORZA CENTRIPETA

$$m\frac{v_0^2}{r_0} = G\frac{mM_T}{r_0^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_0 = \sqrt{\frac{GM_T}{r_0}}}$$

ORA DEVO TROVARE IL SECONDO VERTICE. MA AVENDO FORZA CENTRALE SO CHE SI CONSERVA $\vec{L}$ E POSSO CONSERVARE ANCHE L'ENERGIA



$$\begin{cases} \frac{m}{2}\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 - G\frac{mM_T}{r_0} = \frac{m}{2}v_2^2 - G\frac{mM_T}{r_2} \\ m\frac{v_0}{2}r_0 = m v_2 r_2 \end{cases}$$

INDICANDO CON v_2 LA VELOCITÀ IN UN SECONDO PUNTO DISTANTE r_2.

RICAVO

$$v_2 = \frac{r_0}{2r_2}v_0$$

SOSTITUISCO NELLA PRIMA

$$\frac{m}{2}\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 - \frac{GM_T m}{r_0} = \frac{m}{2}\left(\frac{r_0}{2r_2}v_0\right)^2 - G\frac{mM_T}{r_2}$$

$$\frac{v_0^2}{8} - \frac{GM_T}{r_0} = \frac{r_0^2}{8r_2^2}v_0^2 - \frac{GM_T}{r_2}$$

$$\frac{v_0^2}{8}\left(1 - \frac{r_0^2}{r_2^2}\right) = GM_T\left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$\frac{v_0^2 r_0^2}{8}\left(\frac{1}{r_0^2}-\frac{1}{r_2^2}\right)=GM_T\left(\frac{1}{r_0}-\frac{1}{r_2}\right)$$

NOTA QUA VEDO IL CASO TIPICO CON LA VARIABILE $1/r$, CHE UTILIZZANDOLA MI PERMETTE DI EVITARE DI DOVER RISOLVERE UN'EQUAZIONE DI 2° GRADO.

$$v_0^2 r_0^2\left(\frac{1}{r_0}+\frac{1}{r_2}\right)\left(\frac{1}{r_0}-\frac{1}{r_2}\right)=8GM_T\left(\frac{1}{r_0}-\frac{1}{r_2}\right)$$

$$v_0^2 r_0^2\left(\frac{1}{r_0}+\frac{1}{r_2}\right)=8GM_T$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{r_2}=\frac{8GM_T}{v_0^2 r_0^2}-\frac{1}{r_0}}$$

CHE MI DA

$$v_2=\frac{r_0 v_0}{2}\left(\frac{8GM_T}{v_0^2 r_0^2}-\frac{1}{r_0}\right)=\boxed{\frac{4GM_T}{v_0 r_0}-\frac{v_0}{2}}$$

15.3

m, X, R_x, M_x

DETERMINA:

- v_{FUGA}
- T ROTAZIONE
- m_1, m_2, μ_1, μ_2, θ_1, θ_2

LA VELOCITÀ DI FUGA LA CALCOLO IMPONENDO LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA TRA LA SUPERFICIE DEL PIANETA E L'∞ IN CUI HO v_{FUGA}.

$$G\frac{M_x m}{R_x} = \frac{m}{2}v_{FUGA} \Rightarrow \boxed{v_{FUGA} = \sqrt{\frac{2GM_x}{R_x}}}$$

SE $v < v_{FUGA}$ SI METTE AD ORBITARE CON UNA CERTA v_{ORB} AD UNA ALTEZZA h DALLA SUPERFICIE (ORBITA CIRCOLARE). CALCOLO IL MODULO DELLA VELOCITÀ IMPONENDO FORZA CENTRIPETA UGUALE ATTRAZIONE GRAVITAZIONALE

$$m\frac{v_{ORB}^2}{R_x+h} = G\frac{M_x m}{(R_x+h)^2} \Rightarrow \boxed{v_{ORB} = \sqrt{\frac{GM_x}{R_x+h}}}$$

MI SERVE CALCOLARE QUAL È LA VELOCITÀ DI CUI HA BISOGNO PER POI ORBITARE ALLA QUOTA h. APPLICO LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

$$\frac{m}{2}v_0^2 - G\frac{M_x m}{R_x} = \frac{m}{2}v_{ORB}^2 - G\frac{M_x m}{R_x+h}$$

$$\frac{1}{2}\left(v_0^2 - v_{ORB}^2\right) = GM_x\left(\frac{1}{R_x} - \frac{1}{R_x+h}\right)$$

$$v_0^2 = 2GM_x\frac{h}{R_x(R_x+h)} + v_{ORB}^2$$

$$v_0^2 = 2GM_x\frac{h}{R_x(R_x+h)} + \frac{GM_x}{R_x+h}$$

$$v_0^2 = \frac{GM_x}{R_x+h}\left[\frac{2h}{R_x} + 1\right] \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_0 = \sqrt{\frac{GM_x}{R_x+h}\,\frac{R_x+2h}{R_x}}}$$

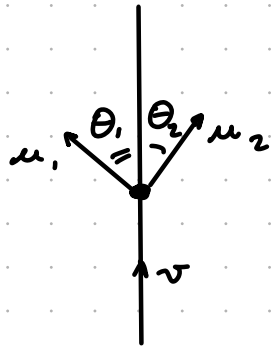
IL PERIODO LO CALCOLO CON v_{ORB}, $\omega = \dfrac{v_{ORB}}{R+h}$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi(R+h)}{v_{ORB}} = \boxed{\frac{2\pi(R+h)^{3/2}}{\sqrt{GM_x}}}$$

IN UN SECONDO MOMENTO AVVIENE L'ESPLOSIONE ED m SI SPACCA IN m_1 ED m_2 CON VELOCITÀ u_1 E u_2 CON ANGOLI θ_1 E θ_2.

È UN URTO COMPLETAMENTE ANELASTICO, CONSERVO LA QUANTITÀ DI MOTO (E IL MOMENTO ANGOLARE)

NEL PIANO DELL'ORBITA



$$(m_1 + m_2) v_{ORB} = m_1 u_1 \cos\theta_1 + m_2 u_2 \cos\theta_2$$

NOTA CONVIENE SCRIVERE LA CONSERVAZIONE IN TERMINI DI UNA DIREZIONE PRIVILEGIATA (QUELLA SEGUITA DA v_{ORB}) IN MODO CHE SO CHE NELLA DIREZIONE $\perp$ LA QUANTITÀ DI MOTO È NULLA

$$0 = m_1 u_1 \sin\theta_1 - m_2 u_2 \sin\theta_2$$

RISOLVENDO IL SISTEMA TROVO LE VELOCITÀ

$$\begin{cases} (m_1 + m_2) v_{ORB} = m_1 u_1 \cos\theta_1 + m_2 u_2 \cos\theta_2 \\ 0 = m_1 u_1 \sin\theta_1 - m_2 u_2 \sin\theta_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (m_1 + m_2) v_{ORB} = m_2 \dfrac{\sin\theta_2 \cos\theta_1}{\sin\theta_1} u_2 + m_2 u_2 \cos\theta_2 \\ u_1 = \dfrac{m_2}{m_1} \dfrac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} u_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (m_1 + m_2)\, v_{ORB} = m_2 u_2 \dfrac{\cos\theta_1 \sin\theta_2 + \sin\theta_1 \cos\theta_2}{\sin\theta_1} \\ u_1 = \dfrac{m_2}{m_1} \dfrac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} u_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{cases} u_2 = \dfrac{m_1 + m_2}{m_2} \dfrac{\sin\theta_1}{\cos\theta_1 \sin\theta_2 + \sin\theta_1 \cos\theta_2} v_{ORB} \\ u_1 = \dfrac{m_1 + m_2}{m_1} \dfrac{\sin\theta_2}{\cos\theta_1 \sin\theta_2 + \sin\theta_1 \cos\theta_2} v_{ORB} \end{cases}}$$

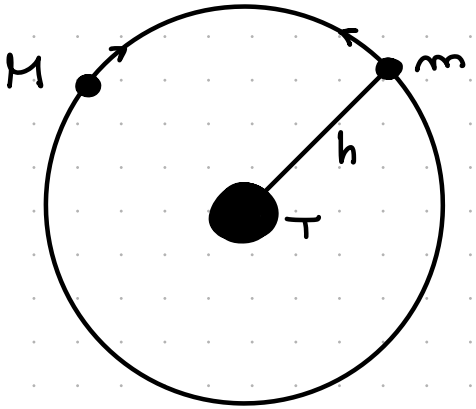
ORA CONOSCENDO u_1 E u_2 POSSO TROVARE LE ORBITE IN MODO QUALITATIVO CALCOLANDO L'ENERGIA TOTALE

$$\begin{cases} E_1 = \dfrac{1}{2} m_1 u_1^2 - G \dfrac{M_x m_1}{R_x + h} \\ E_2 = \dfrac{1}{2} m_2 u_2^2 - G \dfrac{M_x m_2}{R_x + h} \end{cases}$$

E IN BASE A COSA ESCE, ESPLICITANDO IL TUTTO, PER QUANTO RIGUARDA IL SEGNO DI E CAPISCO SE L'ORBITA È CHIUSA O APERTA.

15.4 m, $M = 2m$, h

DETERMINA:
- SE RIMANGONO IN ORBITA
- v_{FIN}



M_1 SERVE TROVARE LA VELOCITÀ DEI DUE SATELLITI PRIMA DELL'URTO. APPLICO L'UGUAGLIANZA TRA FORZA CENTRIPETA E GRAVITAZIONALE

$$\begin{cases} m\dfrac{v_m^2}{R_T+h} = G\dfrac{M_T\, m}{(R_T+h)^2} \\ M\dfrac{v_M^2}{R_T+h} = G\dfrac{M_T\, M}{(R_T+h)^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} v_m^2 &= \frac{G M_T}{R_T+h} \\ v_M^2 &= \frac{G M_T}{R_T+h} \end{aligned} \Rightarrow \boxed{v_m = v_M = v_0 = \sqrt{\frac{G M_T}{R_T+h}}}$$

POSSO ANCHE SCRIVERE

$$g = \frac{G M_T}{R_T^2} \Rightarrow \boxed{v_0 = \sqrt{\frac{g R_T^2}{R_T+h}}}$$

NOTA A VOLTE USARE g È PIÙ COMODO, COSÌ NON HO G_0

PER LA VELOCITÀ DOPO L'URTO USO LA CONSERVAZIONE DELL'IMPULSO (URTO COMPLETAMENTE ANELASTICO NON SI CONSERVA L'ENERGIA CINETICA)

$$Mv_0 - mv_0 = (m+M)v \quad \Rightarrow \quad \boxed{v = \frac{M-m}{M+m} v_0}$$

ESPLICITANDO

$$\boxed{v = \frac{M-m}{M+m} \sqrt{\frac{gR_T^2}{R_T+h}}}$$

PER VERIFICARE CHE L'ENERGIA CINETICA SIA SUFFICIENTE PER RIMANERE IN ORBITA DOVREI AVERE I VALORI NUMERICI, MA BASTEREBBE CALCOLARE L'ENERGIA MECCANICA E VEDERE SE $>, <, = 0$. SE $E<0$ HO UN'ORBITA CHIUSA.

ASSUMO CHE K NON SIA SUFFICIENTE A RIMANERE IN ORBITA E CALCOLO LA VELOCITÀ CON CUI TOCCA IL SUOLO APPLICANDO LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

$$\frac{m+M}{2} v^2 - G\frac{(m+M)M_T}{R_T+h} = \frac{m+M}{2} v_{FIN}^2 - G\frac{(m+M)M_T}{R_T}$$

USO $g = G\frac{M_T}{R_T^2}$

E RICAVO v_{FIN}.

$$\frac{m+M}{2}v^2 - g\frac{(m+M)R_T^2}{R_T+h} = \frac{m+M}{2}v_{FIN}^2 - g\frac{(m+M)R_T^2}{R_T}$$

$$\Rightarrow \frac{v^2}{2} - \frac{v_{FIN}^2}{2} = gR_T^2\left(\frac{1}{R_T+h} - \frac{1}{R_T}\right)$$

$$\Rightarrow v_{FIN}^2 - v^2 = 2gR_T^2\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_T+h}\right)$$

$$\Rightarrow v_{FIN}^2 = 2gR_T^2\,\frac{R_T+h-R_T}{R_T(R_T+h)} + v^2$$

$$\Rightarrow v_{FIN}^2 = \frac{2gR_Th}{R_T+h} + \left(\frac{M-m}{M+m}\right)^2\frac{gR_T^2}{R_T+h}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_{FIN}^2 = \frac{gR_T^2}{R_T+h}\left[\frac{2h}{R_T} + \left(\frac{M-m}{M+m}\right)^2\right]}$$

$M = 2m$

$$\Rightarrow v_{FIN}^2 = \frac{gR_T^2}{R_T+h}\left[\frac{2h}{R_T} + \frac{1}{9}\right]$$

15.5

M_T , R_T

m , $r = R_T + h$

DETERMINA :

- v_{c1}
- v_{c2}
- v_{c3}

LA PRIMA VELOCITÀ COSMICA v_{c1} È LA VELOCITÀ CHE IL SATELLITE DEVE AVERE PER METTERSI IN ORBITA A DISTANZA r.

LA VELOCITÀ CHE HA DURANTE L'ORBITA È PROPRIO v_{c1} E LA TROVO IMPONENDO L'UGUAGLIANZA TRA FORZA CENTRIFUGA E ATTRAZIONE GRAVITAZIONALE

$$m \frac{v_{c1}^2}{r} = G \frac{M_T m}{r^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_{c1} = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}}$$

USANDO LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA TROVO LA v_0 NECESSARIA AD ARRIVARE IN ORBITA

$$\frac{m}{2} v_0^2 - G \frac{M_T m}{R_T} = \frac{m}{2} v_{c1}^2 - G \frac{M_T m}{r}$$

$$v_0^2 = 2GM_T \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{r} \right) + v_{c1}^2$$

$$\Rightarrow v_0 = \left[2GM_T \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{R_T + h} \right) + \frac{GM_T}{R_T + h} \right]^{1/2}$$

$$\Rightarrow v_0 = \left[\frac{2GM_T}{R_T} - 2\frac{GM_T}{R_T+h} + \frac{GM_T}{R_T+h} \right]^{1/2}$$

$$\Rightarrow v_0 = \left[\frac{2GM}{R_T} - \frac{GM_T}{R_T+h} \right]^{1/2} = \left[GM_T \left(\frac{2}{R_T} - \frac{1}{R_T+h} \right) \right]^{1/2}$$

$$v_0 = \left(GM_T \, \frac{2R_T + 2h - R_T}{R_T(R_T+h)} \right)^{1/2}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_0 = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T} \, \frac{R_T+2h}{R_T+h}}}$$

SI PUÒ VERIFICARE CHE L'ORBITA È CHIUSA CALCOLANDO L'ENERGIA MECCANICA E VEDENDO CHE È <0.

$$E = \frac{m}{2} v_{c1}^2 - G\frac{M_T m}{r} = \frac{m}{2}\frac{GM_T}{R_T+h} - m\frac{GM_T}{R_T+h} = -\frac{m}{2}\frac{GM_T}{R_T+h} \quad \underline{<0}$$

SI PUÒ ORA CERCARE LA SECONDA VELOCITÀ COSMICA v_{c2} CHE È DEFINITA COME LA VELOCITÀ MINIMA CHE DEVE AVERE UN SATELLITE PER ALLONTANARSI INDEFINITAMENTE DALLA TERRA CON LA SOLA SPINTA INIZIALE. $v_{c2} \equiv$ VELOCITÀ DI FUGA. TROVO v_{c2} USANDO LA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

TRA LA SUPERFICIE DELLA TERRA (IN CUI PARTO CON v_{c2} E SUBISCO L'ATTRAZIONE GRAVITAZIONALE) E L'∞ (IN CUI $U_G = 0$ E IL CORPO SI È FERMATO)

$$\frac{m}{2} v_{c2}^2 - G \frac{M_T m}{R_T} = 0$$

$$\Rightarrow G \frac{M_T m}{R_T} = \frac{m}{2} v_{c2}^2 \Rightarrow \boxed{v_{c2} = \sqrt{2 \frac{GM_T}{R_T}}}$$

CALCOLIAMO LA TERZA VELOCITÀ COSMICA v_{c3} CHE È LA VELOCITÀ PER ABBANDONARE IL SISTEMA SOLARE PARTENDO DA UN'ORBITA ATTORNO LA TERRA. PRENDIAMO LA TERRA ORBITANTE SU UNA CIRCONFERENZA DI RAGGIO d ATTORNO AL SOLE. IL CORPO PARTENDO DALLA TERRA, CHE A SUA VOLTA È IN ORBITA, CI OBBLIGA AD USARE I MOTI RELATIVI. PER SCAPPARE DAL SISTEMA SOLARE DOBBIAMO SCAPPARE PRIMA DALLA TERRA E QUINDI IN QUALCHE MODO USEREMO (AL POSTO DI FUGGIRE DALLA SUPERFICIE DELLA TERRA, FUGGIAMO DALLA DISTANZA r GENERICA)

$$v_{c2} = \sqrt{2 \frac{GM_T}{r}} \Rightarrow v_{c2}^2 = 2 \frac{GM_T}{r}$$

AD UNA DISTANZA GENERICA r DALLA TERRA L'ENERGIA MECCANICA È

$$E = \frac{m}{2} v_{c3}^2 - G \frac{M_T m}{r} = \frac{m}{2} v_{c3}^2 - \frac{m}{2} v_{c2}^2$$

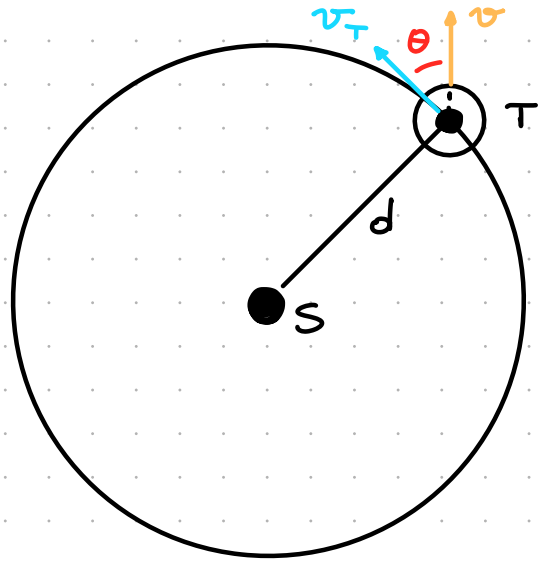
DEFINIAMO PER COMODITÀ $v^2 = v_{c3}^2 - v_{c2}^2$

$$E = \frac{m}{2} v^2$$

PERÒ v È LA VELOCITÀ RISPETTO LA TERRA, CHE COME GIÀ DETTO SI MUOVE RISPETTO IL SOLE, QUINDI METTENDOCI NEL SR DEL SOLE VEDIAMO LA VELOCITÀ TOTALE

$$\vec{v}_{TOT} = \vec{v} + \vec{v}_T$$

CON $\vec{v}_T$ VELOCITÀ DELLA TERRA RISPETTO IL SOLE.
VETTORIALMENTE



LA $\vec{v}_T$ È TANGENZIALE ALLA SUA ORBITA, MA $\vec{v}$ È POTENZIALMENTE DIRETTA IN MODO ARBITRARIO.

INDICHIAMO CON θ L'ANGOLO TRA $\vec{v}$ E $\vec{v}_T$.

NELLA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA COMPARE v_{TOT}^2, QUINDI È UTILE VEDERE

$$\vec{v}_{TOT} \cdot \vec{v}_{TOT} = v_{TOT}^2 = (\vec{v} + \vec{v}_T) \cdot (\vec{v} + \vec{v}_T)$$

$$= v^2 + v_T^2 + 2 v v_T \cos\theta$$

È ESSENZIALE DUNQUE CONOSCERE v_T, CHE È LA VELOCITÀ NECESSARIA ALLA TERRA PER COMPIERE UN'ORBITA CIRCOLARE ATTORNO IL SOLE. v_T È LA 1° VELOCITÀ COSMICA DELLA TERRA RISPETTO AL SOLE

$$\boxed{v_T = \sqrt{\frac{GM_\odot}{d}}}$$

E SAPPIAMO CHE PER DEFINIZIONE LA VELOCITÀ PER ALLONTANARSI INDEFINITAMENTE È LA SECONDA VELOCITÀ COSMICA, QUINDI v_{TOT} È LA 2° VELOCITÀ COSMICA RISPETTO AL SOLE

$$\boxed{v_{TOT} = \sqrt{2\frac{GM_\odot}{d}}}$$ NOTO $v_{TOT} = \sqrt{2}\, v_T$

POSSIAMO QUINDI TROVARE v:

$$v_{TOT}^2 = v^2 + v_T^2 + 2 v v_T \cos\theta$$

$$\Rightarrow v^2 + 2 v v_T \cos\theta - v_T^2 = 0$$

$$v_{1,2} = \frac{-2v_T\cos\theta \pm \sqrt{4v_T^2\cos^2\theta + 4v_T^2}}{2} = \frac{-2v_T\cos\theta \pm 2v_T\sqrt{\cos^2\theta + 1}}{2}$$

LA SOLUZIONE POSITIVA È QUELLA CON IL +

$$v = -v_T\cos\theta + v_T\sqrt{1+\cos^2\theta} = v_T\left(\sqrt{1+\cos^2\theta} - \cos\theta\right)$$

IL NOSTRO OBIETTIVO È v_{c3}

$$v_{c3}^2 = v^2 + v_{c2}^2$$

$$\Rightarrow v_{c3}^2 = v_T^2 \left(\sqrt{1+\cos^2\theta} - \cos\theta\right)^2 + v_{c2}^2$$

$$\Rightarrow \boxed{v_{c3} = \sqrt{v_T^2 \left(\sqrt{1+\cos^2\theta} - \cos\theta\right)^2 + v_{c2}^2}}$$

IN BASE A θ VEDIAMO I VALORI MASSIMI E MINIMI DI v_{c3}

$$\theta = \pi \qquad v_{c3} = v_{c3\,MAX} = \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2 v_T^2 + v_{c2}^2}$$

$$\theta = 0 \qquad v_{c3} = v_{c3\,MIN} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2 v_T^2 + v_{c2}^2}$$

OSS METTIAMO IL SATELLITE m SU UN ORBITA GEOSINCRONA E CALCOLIAMO IL RAGGIO DELL'ORBITA E LA 1° VELOCITÀ COSMICA. DALLE DEFINIZIONI DI TEORIA SAPPIAMO CHE È UN TIPO DI ORBITA CHE HA STESSO PERIODO DI ROTAZIONE DEL CORPO ORBITATO, OSSIA T_T. POSSO SCRIVERE L'EQUAZIONE DELLA DINAMICA

$$G\frac{M_T m}{r_{GEO}^2} = m\frac{v_{GEO}^2}{r_{GEO}}$$

AVENDO DUE INCOGNITE NON È RISOLVIBILE, MA POSSO SFRUTTARE LA DEFINIZIONE DI GEOSINCRONA E SCRIVERE

$$\omega_T = \frac{2\pi}{T_T} = \frac{v_{GEO}}{r_{GEO}} \Rightarrow v_{GEO} = \omega_T r_{GEO}$$

COSÌ

$$G\frac{M_T}{r_{GEO}^2} = \omega_T^2 r_{GEO} \Rightarrow r_{GEO} = \left(\frac{GM_T}{\omega_T^2}\right)^{1/3}$$

$$\Rightarrow \boxed{r_{GEO} = \left(\frac{GM_T T_T^2}{4\pi^2}\right)^{1/3}}$$

NOTO r_{GEO} PERÒ POSSIAMO RICAVARE

$$G\frac{M_T}{r_{GEO}^2} = \frac{v_{GEO}^2}{r_{GEO}} \Rightarrow v_{GEO} = \left(\frac{GM_T}{r_{GEO}}\right)^{1/2}$$

$$\Rightarrow v_{GEO} = \sqrt{GM_T\left(\frac{4\pi^2}{GM_T T_T^2}\right)^{1/3}}$$